

Evaluación del conocimiento del profesorado de matemáticas para enseñar probabilidad a través del Cuestionario CDM-Probabilidad

Claudia Vásquez Ortiz¹ y Ángel Alsina²

¹cavasque@uc.cl, Pontificia Universidad Católica de Chile

²angel.alsina@udg.edu, Universidad de Girona

Resumen

El estudio que se presenta en este artículo da a conocer resultados globales sobre el conocimiento didáctico-matemático para enseñar probabilidad de los profesores de Educación Primaria. Para evaluar las distintas facetas que involucra este tipo de conocimiento se analizaron las respuestas y producciones de 93 profesores de Educación Primaria en activo otorgadas a las distintas preguntas que conforman el Cuestionario CDM-Probabilidad. Los resultados evidencian un conocimiento didáctico-matemático muy insuficiente, por lo que consideramos que urge elaborar programas de intervención que permitan desarrollar el conocimiento didáctico-matemático sobre probabilidad de los profesores de Educación Primaria.

Palabras clave: Profesorado, educación primaria, conocimiento didáctico-matemático, probabilidad.

1. Introducción

El dominio del profesor de matemáticas sobre los conocimientos que debe enseñar es un elemento clave, con efectos directos en el aprendizaje de sus alumnos, pues un profesor no debe enseñar lo que no sabe bien. En consecuencia, para mejorar el aprendizaje de los alumnos es indispensable elevar el nivel de preparación de los profesores, sobre todo en temas recientemente incorporados en el currículo como la probabilidad.

Muchos profesores de Educación Primaria tienen poca o ninguna preparación para enseñar probabilidad, lo que ha provocado que en algunos casos ésta se omita (Serradó, Azcárate, Cardeñoso, 2005). Asimismo, en los casos en que se aborda, se reduce a la enseñanza de fórmulas, dejando de lado la experimentación con fenómenos aleatorios y la resolución de problemas (Batanero, Ortiz, Serrano, 2007). Además, ni los currículos ni los libros de texto ofrecen el apoyo suficiente al profesor, presentando en su mayoría una visión incompleta de la probabilidad (Serradó, Azcárate, Cardeñoso, 2006). Estos factores limitan el desarrollo de una experiencia estocástica adecuada, basada en una metodología activa y exploratoria de fenómenos aleatorios que permita desarrollar un razonamiento probabilístico desde la infancia. Se requieren, pues, estudios para caracterizar y evidenciar el conocimiento didáctico-matemático sobre probabilidad, dado que las actividades que el profesorado realiza en el aula depende de sus conocimientos (Ball, Lubienski, Mewborn, 2001). Bajo esta mirada, la evaluación de las fortalezas y debilidades es el punto de partida para diseñar planes de formación específicos que permitan comprender la probabilidad y los aspectos relacionados con su enseñanza (Sthol, 2005).

Desde esta perspectiva, nuestro objetivo es indagar en el conocimiento didáctico-matemático para la enseñanza de la probabilidad del profesorado de Educación Primaria.

Para llevar a cabo la investigación se asume el Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (Godino, 2009; Godino y Pino-Fan, 2013; Pino-Fan, Godino y Font, 2013; Pino-Fan, Font y Godino, 2013), que se fundamenta en el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007). Desde este referente teórico de la Didáctica de las Matemáticas, construimos el cuestionario CDM-Probabilidad que nos permitió evaluar aspectos parciales e iniciales del conocimiento didáctico-matemático para la enseñanza de la probabilidad que poseen los profesores de Educación Primaria (Vásquez y Alsina, en prensa).

2. Fundamentación teórica

Durante las últimas décadas la probabilidad se ha incorporado en los currículos de primaria y secundaria desde muy temprana edad (Batanero, Arteaga y Gea, 2012). Un aspecto clave para asegurar que las nuevas propuestas curriculares tengan éxito es la formación de los profesores. Sin embargo, la mayoría de los profesores, sobre todo de primaria, tienen poca o ninguna preparación en relación a probabilidad y su didáctica, lo que les proporciona inseguridad para tratar dichos temas y en consecuencia para lograr una enseñanza idónea de la probabilidad (Pierce y Chick, 2011).

Aún cuando hay algunos estudios sobre el conocimiento que los profesores necesitan para enseñar probabilidad (Fischbein, 1975; Steinbring, 1990 y Kvatinsky y Even, 2002), las investigaciones son todavía escasas. Por esta razón, el *International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) Study 18*, “*Statistics Education in School Mathematics, Challenges for Teaching and Teacher Education*” (Batanero, Burrill, Reading y Rossman 2008; Batanero, Burrill, Reading, 2011) ha impulsado una línea de investigación sobre la formación del profesorado para enseñar estadística y probabilidad, trayendo consigo un aumento paulatino de las investigaciones, que pueden clasificarse en dos grupos: a) las actitudes y creencias y b) el conocimiento disciplinar y didáctico.

Nuestro estudio se centra en el análisis del conocimiento disciplinar y didáctico de los profesores de Educación Primaria para enseñar probabilidad, puesto que investigaciones recientes evidencian concepciones erróneas y dificultades que comportan una enseñanza inadecuada (Ortiz, Mohamed y Serrano, 2010). Para realizar este análisis se asume el Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) (Godino, 2009), que se entiende como el conocimiento didáctico y las competencias profesionales que el profesor debe poner en juego a la hora de enseñar matemáticas para promover aprendizajes en sus alumnos. Los inicios del modelo CDM se remontan al análisis de los principales modelos del conocimiento matemático para la enseñanza (Godino, Batanero, Roa y Wilhelmi, 2008), identificando en ellos ciertas limitaciones, por lo que estos autores elaboran un modelo teórico integrador sobre el conocimiento didáctico-matemático del profesor a partir del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007), el modelo del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) (Hill, Ball y Schilling, 2008) y la noción de proficiencia en la enseñanza de las matemáticas (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008). Más tarde, el modelo CDM evoluciona reinterpretando y refinando las premisas iniciales planteadas en Godino (2009), proponiendo una reestructuración más acabada de los componentes del MKT, en las que queda de manifiesto el vínculo e interacción entre ellas y las seis facetas o dimensiones implicadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (figura 1).

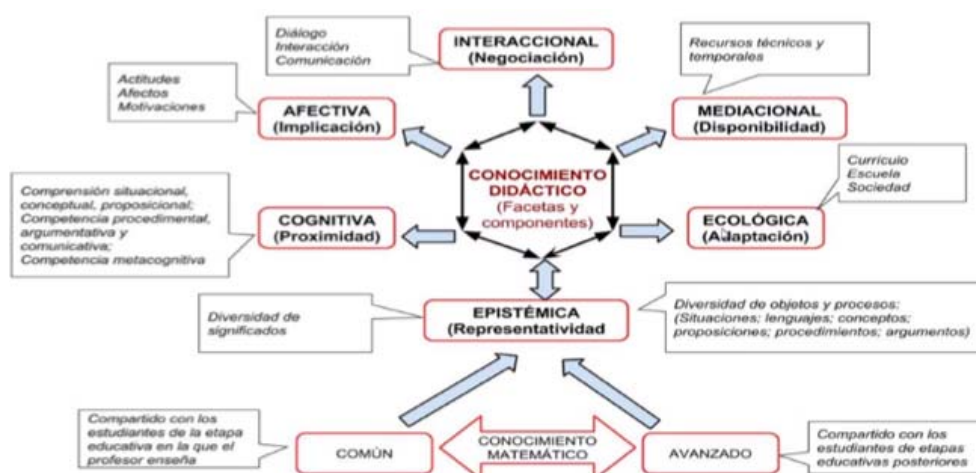


Figura 1: Conocimiento Didáctico-Matemático basado en el EOS (Godino y Pino-Fan, 2014, p. 21)

En base a esta reestructuración, Pino-Fan, Godino y Font (2013) proponen las siguientes tres categorías globales de conocimiento sobre el contenido matemático:

- *Conocimiento común del contenido:* se analiza a través de la faceta epistémica y se refiere a los conocimientos matemáticos, no necesariamente orientados a la enseñanza, que el profesor debe poner en juego para resolver situaciones problemáticas.
- *Conocimiento ampliado del contenido:* es también un conocimiento de tipo matemático que se analiza a través de la faceta epistémica, y se refiere a que el profesor además de saber resolver las situaciones problemáticas, debe poseer conocimientos más avanzados del currículo.
- *Conocimiento especializado:* se interpreta por medio de la faceta epistémica y se refiere al conocimiento adicional que el profesor debe saber, que lo diferencie de otras personas que saben matemáticas pero que no son profesores. Este conocimiento especializado además de implicar conocimiento común y parte del conocimiento ampliado, “debe incluir la pluralidad de significados del objeto, la diversidad de configuraciones de objetos y procesos inherentes a tales significados y las necesarias articulaciones inherentes entre los mismos” (Pino-Fan et al., 2013, p. 6). El conocimiento especializado incluye cuatro subcategorías: conocimiento del contenido especializado; conocimiento del contenido en relación con los estudiantes; conocimiento del contenido en relación con la enseñanza y conocimiento del contenido en relación con el currículo.

Para el análisis de estas categorías se emplean herramientas teóricas del EOS. Por ejemplo, para las categorías "conocimiento común del contenido" y "conocimiento ampliado del contenido", y de la subcategoría "conocimiento del contenido especializado", se usa la guía para el reconocimiento de objetos y procesos (Godino, Gonzato y Fernández, 2010). Mientras que las categorías restantes pueden ser analizadas, más detalladamente, mediante las herramientas teóricas y metodológicas que el EOS entrega para las distintas facetas: cognitiva y afectiva (conocimiento del contenido en relación a los estudiantes), interaccional y mediacional (conocimiento del contenido en relación a la enseñanza), y ecológica y epistémica (conocimiento del contenido en relación con el currículo y el contexto), sin olvidar que por medio de la guía para el enunciado de consignas propuesta en Godino (2009) es posible orientar la formulación de ítems de evaluación o propuestas de actividades que permitirían obtener información sobre el conocimiento didáctico-matemático del profesor.

3. Método

Para analizar el conocimiento disciplinar y didáctico de los profesores de Educación Primaria para enseñar probabilidad se ha usado el cuestionario CDM-Probabilidad (Vásquez y Alsina, en prensa), fundamentado en el modelo CDM y en la metodología que este modelo propone. Se trata de un cuestionario de respuesta abierta, ya que este tipo de instrumento permite obtener una estimación de los conocimientos didáctico-matemáticos de quienes han respondido al cuestionario, conocimientos a los que no siempre es posible acceder por simple observación o encuesta (Dane, 1990; Barbero, 1993; Godino, 1996). Durante el proceso de construcción del cuestionario se puso especial atención en la selección y formulación de situaciones problemáticas que cubrieran los contenidos vinculados al estudio de la probabilidad en el currículo chileno de Educación Primaria, y que permitieran acceder tanto al conocimiento matemático como didáctico del profesor (en el caso de este último tipo de conocimiento, se buscaron preguntas cuyas respuestas no fueran obvias, es decir, que no pudieran ser respondidas sólo desde el conocimiento matemático por personas que no tengan la experiencia de enseñar en Educación Primaria). Es importante señalar, además, que el cuestionario incluye situaciones problemas de elaboración propia y otros que se han extraído o reformulado de Cañizares (1997), Green (1983) y Fischbein y Gazit (1984).

El instrumento fue sometido a un proceso de validación que contempló dos aspectos: la validez del contenido, garantizada a partir de la selección de contenidos de los currículos involucrados (MINEDUC, 2012 y NCTM, 2000). Y la contrastación de la validez de los ítems, es decir, si éstos realmente miden lo que se pretende medir, para lo cual se consideró el juicio de expertos y el análisis de los ítems a partir de una aplicación piloto del instrumento. Por medio del juicio de expertos fue posible realizar una evaluación cualitativa de los ítems vinculada al grado de correspondencia, formulación y pertinencia. Esto nos permitió desechar los ítems con una baja valoración, seleccionar los que mejor se ajustan al contenido didáctico-matemático que se pretende evaluar, y también incluir y reformular algunos con base en los comentarios de los expertos. Con la nueva versión refinada del instrumento se realizó una aplicación piloto a 8 profesores de Educación Primaria en activo, lo que permitió obtener información empírica sobre las posibles limitaciones del instrumento en relación a aspectos como el lenguaje, comprensión de enunciados y preguntas, extensión, adecuación del tiempo, etc. A partir del análisis del procedimiento de pilotaje, se realizaron algunos cambios y se elaboró la versión definitiva para evaluar el conocimiento didáctico-matemático para enseñar probabilidad de los profesores de Educación Primaria (Vásquez y Alsina, en prensa).

4. Resultados

El cuestionario CDM-Probabilidad se aplicó a 93 profesores de Educación Primaria que imparten clases de matemática en los distintos cursos (1° a 6° año). Una vez recogidos los datos se codificaron y se analizaron las puntuaciones totales. Para el análisis de la puntuación total se categorizaron las respuestas dadas según su grado de corrección, asignándoles las siguientes puntuaciones: “2” si la respuesta es correcta, “1” si la respuesta es parcialmente correcta, y “0” si la respuesta es incorrecta o no contesta (la puntuación máxima es de 44 puntos, puesto que está compuesto por 22 subítems).

Los puntajes totales obtenidos por los profesores fluctúan entre 1 y 28 puntos, de lo que se desprende que no hay ningún profesor que haya resuelto correctamente el cuestionario en su totalidad. Además, obtuvieron una puntuación media de 10,92 lo cual es muy bajo si consideramos que las puntuaciones totales del cuestionario pueden variar de 0 a

44 puntos, dado que dicha puntuación considera tanto las respuestas correctas como las parcialmente correctas. Asimismo, en la tabla 1 se observa que las puntuaciones totales se concentran, mayoritariamente, en torno a la puntuación media de los resultados que es de 10,92 con una desviación típica de 5,398 puntos.

Tabla 1: Estadísticos descriptivos de las puntuaciones totales

	Estadístico	Error típ.
Media	10,92	0,560
Mediana	11	
Moda	10	
Desviación típica	5,398	
Varianza	29,136	
Asimetría	0,489	0,250
Curtosis	0,595	0,495
Mínimo	1	
Máximo	28	
Rango	27	
Recuento	93	
Percentiles		
25	7	
50	11	
75	14,5	

Para poder establecer una comparación entre las distintas categorías de conocimiento, hemos recodificado las puntuaciones totales para cada tipo de conocimiento de acuerdo a una escala normada de 0 a 100, ya que en cada una de las categorías evaluadas mediante el Cuestionario CDM-Probabilidad el número de ítems y subítems difieren, por lo que las puntuaciones totales también difieren. Los primeros resultados globales evidencian que los profesores que han respondido al Cuestionario CDM-Probabilidad poseen un deficiente conocimiento didáctico-matemático sobre probabilidad, puesto que el 50% de los profesores no logra superar el 34% de las puntuaciones normadas (figura 2). Además se observa que estos profesores muestran tener, de manera leve, un mayor conocimiento común del contenido que de conocimiento ampliado del contenido y especializado.

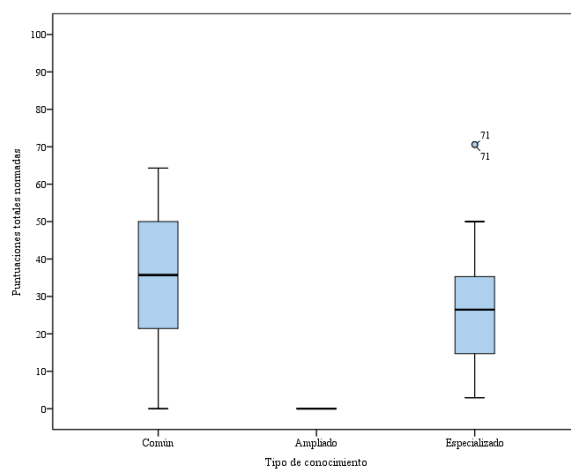


Figura 2: Distribución de las puntuaciones totales normadas según categorías del conocimiento didáctico-matemático

En síntesis, pues, los resultados obtenidos de la aplicación del cuestionario CDM-probabilidad indican, a nivel general, que estos profesores de primaria presentan grandes dificultades en relación al conocimiento didáctico-matemático para enseñar probabilidad.

5. Reflexiones finales

Los resultados obtenidos en esta investigación evidencian un conocimiento didáctico-matemático muy insuficiente, pues los participantes no logran superar el 23% de respuestas correctas en ninguno de los distintos aspectos evaluados. Dentro de los conocimientos que muestran un mejor nivel se encuentra el conocimiento común del contenido, pero aun así este es muy bajo e insuficiente. Por lo tanto, estos profesores no cuentan con un nivel de conocimientos adecuados que les permita desempeñar de manera exitosa la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria. Es más, de acuerdo a lo presentado en el capítulo 5, éstos presentan a nivel de conocimiento común del contenido sobre probabilidad más errores y dificultades para resolver las situaciones problemáticas, que alumnos españoles de 10-14 años que han participado en estudios en que se presentan situaciones problemáticas bastantes similares a las nuestras (Cañizares, 1997) o que futuros profesores de educación primaria que han participado en estudios similares al nuestro. Quizás esto se deba a la poca preparación que han recibido durante su formación inicial, pues sólo un 31,2% de los profesores declaró haber recibido formación disciplinar sobre probabilidad durante su formación inicial.

Así, a partir de los resultados obtenidos, se evidencia que la situación, en términos de conocimientos, es alarmante por lo que urge realizar una intervención que permita mejorar, adquirir y desarrollar los conocimientos didáctico-matemáticos sobre probabilidad de los profesores de educación primaria en activo, en sus distintas facetas. Dicho programa de intervención deberá considerar el desarrollo de conocimientos vinculados a la probabilidad como objeto matemático, conocimientos vinculados directamente con la didáctica de la probabilidad, así como promover la integración entre ambos tipos de conocimientos. De modo tal que permita contribuir al mejoramiento de la preparación para enseñar probabilidad de los profesores de educación primaria.

Referencias

- Ball, D. L., Lubienski, S. T., y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Barbero, M. (2003). *Psicometría II. Métodos de elaboración de escalas*. Madrid: UNED.
- Batanero, C., Arteaga, P. y Gea, M^a.M (2012). El currículo de estadística. Reflexiones desde una perspectiva internacional. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 59, 9-17.
- Batanero, C., Burrill, G., Reading, C. y Rossman, A. (2008). *Joint ICMI and IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI and IASE.

- Batanero, C., Burrill, G., y Reading, C. (Eds.) (2011). Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study. New York: Springer.
- Batanero, C., Godino, J. D. y Roa, R. (2004). Training teacher to teach probability. *Journal of Statistics Education* [en línea], 12 (1). Recuperado el 20 de diciembre de 2012, de www.amstat.org/publications/jse/v12n1/batanero.html
- Batanero, C., Ortiz, J.J., y Serrano, L. (2007). Investigación en didáctica de la probabilidad. *UNO*, 44, 7-16.
- Cañizares, M. J. (1997). Influencia del razonamiento proporcional y de las creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Cañizares, M. J., Ortiz, J. J., Batanero, C., y Serrano, L. (2002). Probabilistic language in Spanish textbooks. En B. Phillips (Ed.), *ICOTS-6 papers for school teachers* (pp.207-211). Cape Town: IASE.
- Dane, F. C. (1990). *Research methods*. Thompson. Pacific Grow. CA.
- Fischbein (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Fischbein, E. y Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions?. *Educational Studies in Mathematics*. 15, 1-24.
- Godino, J. D. (1996). Mathematical concepts, their meaning, and understanding. En L. Puig y A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 2-417-424), Universidad de Valencia.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22, (2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D. y Pino-Fan, L. (2013). The mathematical knowledge for teaching. A view from onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction. En B. Ubuz, Ç. Haser & M. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of European Research in Mathematics Education* (pp. 3325 – 3326). Antalya, Turkey: CERME.
- Godino, J. D. y Pino-Fan, L. (2014). Del "Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) al "Conocimiento Didáctico - Matemático" (CDM). Disponible en, vimeo.com/95495193
- Godino, J. D., Batanero, C., Roa, R. y Wilhelmi, M. R. (2008). Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Stud: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI and IASE.

- Godino, J. D., Gonzato, M., y Fernández, L. (2010). ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo? Conocimientos puestos en juego en la realización de una tarea matemática. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T. A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 341-352). Lleida: SEIEM.
- Green, D. (1983). A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. In *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics, 2*, Teaching Statistics Trust. (pp. 766-783).
- Hill, H. C., Ball, D.L. y Schilling, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.
- Kvatinsky, T. y Even, R. (2002). Framework of teacher knowledge and understanding of probability. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. [CD-ROM]. Voorburg, Netherlands: International Statistical Institute.
- Ministerio de Educación (2012). *Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Ortiz J. J. (1999). *Significados de los conceptos probabilísticos en los libros de texto de Bachillerato*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Ortiz, J. J., Mohamed, N. y Serrano, L. (2010). Probabilidad frecuencial en profesores en formación. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*. Santander: SEIEM. CD ROM.
- Pierce, R. y Chick, H. (2011). Teachers' beliefs about statistics education. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics- Challenges for teaching and teacher education* (pp. 151-162). New York: Springer.
- Pino-Fan, L., Godino, J.D., y Font, V. (2013). Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (Parte 1). *REVEMAT*, 8 (2), 1-49. <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n2p1>
- Pino-Fan, L., Font, V., y Godino, J. D. (2013). El conocimiento didáctico-matemático de los profesores: pautas y criterios para su evaluación y desarrollo. En C. Dolores, M. García, J. Hernández, y L. Sosa (Eds.), *Matemática Educativa: La formación de profesores* (pp. 137-151). México, D. F. : Ediciones D. D. S. y Universidad Autónoma de Guerrero.
- Schoenfeld, A. H. y Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh & T. Wood (eds.), *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (321-354). Rotterdam: Sense Publishers.
- Serradó, A., Azcárate, P., y Cardeñoso, C. (2005). Randomness in textbooks: the influence of the deterministic thinking. *Proceedings of CERME 4*. Disponible en: <http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/5/SerradAzcCarde.pdf>
- Serradó, A., Azcárate, P., y Cardeñoso, J. M. (2006). Analyzing teacher resistance to teaching probability in compulsory education. En A. Rossman y B. Chance (Eds.),

Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics. Salvador de Bahía, Brasil.

Steinbring, H. (1990). The nature of stochastic knowledge and the traditional mathematics curriculum. Some experiences with in-service training and developing materials. En A. Hawkins (Ed.), *Training teachers to teach statistics* (pp. 2-19). Voorburg: ISI.

Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 297-324). New York: Springer.

Vásquez, C., y Alsina, A. (2014). Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesorado de Educación Primaria sobre Probabilidad: Diseño, Construcción y Validación de un Instrumento de Evaluación. *BOLEMA*. (En prensa).