

Experimento de enseñanza para la superación de dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición

Maritza Méndez Reina¹, Nydia Beyanira Valero Romero², y Ingrith Álvarez Alfonso³

¹maritzamendez@pensadoresmaticos.com, Colegio Cafam (Colombia)

²nydival@hotmail.com, Colegio San Bernardino I.E.D. (Colombia)

³ialvarez@pedagogica.edu.co, Universidad Pedagógica Nacional (Colombia)

Resumen

Esta comunicación reporta los resultados del Trabajo de Grado de Maestría enmarcado en la línea de investigación en Educación Estadística de la Universidad Pedagógica Nacional, el estudio es generado a partir de un experimento de enseñanza alrededor de dificultades y errores asociados con la variable estadística y sus escalas de medición. En el presente reporte se describe el proceso de elaboración, puesta en práctica y análisis del experimento de enseñanza siguiendo las fases propuestas por Molina, Castro, Molina y Castro (2011) articuladas con elementos del análisis didáctico propuesto por Gómez (2002) que orientaron el experimento de enseñanza y la secuencia de tareas seguidas en la intervención en el aula. Los resultados de este estudio se muestran en relación a la contribución del experimento de enseñanza a la superación de dificultades y errores.

Palabras clave: Variable estadística, Escalas de medición, Errores y Dificultades, Experimento de enseñanza.

1. Introducción

Investigadores concuerdan en que el proceso de medición y las propiedades de medición de los datos sean analizados a fondo, especialmente en relación con los cuestionarios y escalas de medición que se utilizan para recoger la información (Svensson, 2009). En efecto, la relación entre las propiedades de los datos y la elección de los métodos estadísticos para la recolección, descripción y análisis de los mismos, son aspectos que deben tenerse en cuenta al momento de llevar a cabo un análisis de datos, pues tal y como lo plantea Merli (2010) para entender y usar apropiadamente las diferentes técnicas del análisis estadístico, es necesario identificar previamente la escala de medición correspondiente al tipo de datos a analizar, ya que cada escala tiene propiedades matemáticas que determinan el análisis estadístico propicio para cada caso. Esto hace pertinente la reflexión sobre la incorporación del estudio de las escalas de medición en el currículo escolar de matemáticas, puesto que al llevar al aula dicho objeto se podrán reconocer características del proceso pedagógico referido a éste, de tal suerte que dichas características aporten herramientas para el diseño de tareas que posibiliten, en los estudiantes, la activación de capacidades y el alcance de objetivos de aprendizaje relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición y el desarrollo de competencias en matemáticas.

Este trabajo pretende dar cuenta de los siguientes cuestionamientos: ¿cuáles son las dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición en estudios estadísticos, que presentan estudiantes de la educación básica?, ¿qué elementos se deben tener en cuenta en el diseño de tareas para estudiantes de grado noveno, que busquen la superación de las dificultades y errores asociados a la variable estadística y sus escalas de medición?, ¿qué capacidades deben activar estudiantes de grado noveno de la educación básica al momento de desarrollar tareas que aborden variables estadísticas y sus escalas de medición?,

¿cómo analizar las actuaciones de los estudiantes de grado noveno en términos de la superación de dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición?

Se presenta entonces, el diseño y análisis de una secuencia de tareas cuyo fin es aportar en la superación de dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición, se analiza la contribución del experimento de enseñanza en la superación de dificultades y errores que se evidenciaron en estudiantes de grado noveno y se presentan las conclusiones que se derivan del desarrollo de este estudio, atendiendo a la consecución de los objetivos y describiendo paralelamente los aportes de este trabajo a la Educación Estadística.

2. Objetivos

Para estudiar el proceso de elaboración, puesta en práctica y análisis de un experimento de enseñanza que aborda dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición, se toman como objetivos específicos, la implementación de un análisis didáctico que orienta el experimento de enseñanza y la secuencia de tareas para estudiantes de grado noveno de la educación básica; el diseño, implementación y análisis de una secuencia de tareas, que permitieran la superación de dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición; y el análisis de la contribución del experimento de enseñanza a través de las actuaciones de los estudiantes, manifestadas en el desarrollo de las tareas propuestas en relación con la variable estadística y sus escalas de medición.

3. Marco de referencia

Para el desarrollo de la propuesta se considera el marco de referencia estadístico en torno al objeto de estudio variable estadística y sus escalas de medición, orientado por el análisis de contenido, como uno de los elementos del análisis didáctico. El marco metodológico se fundamenta en las fases propuestas por Molina, et al. (2011) que hacen parte del experimento de enseñanza, en este segmento se presenta las principales características de este tipo de estudio.

3.1. Marco de referencia estadístico

El análisis didáctico (Gómez, 2002) se compone entre otros elementos del análisis de contenido que se describe a continuación como producto de la exploración, profundización y estudio del objeto escolar variable estadística y sus escalas de medición. Éste brinda herramientas para analizar y organizar el significado de dicho objeto escolar, con miras al planteamiento de las tareas que descritas en el análisis de instrucción.

3.1.1 Variable estadística

Batanero y Godino (2001) afirman que “la Estadística Descriptiva, se utiliza para describir los datos, resumirlos y presentarlos de forma que sean fáciles de interpretar” (p. 4), por ende en el análisis de datos se requiere prestar atención al tipo de variables estadísticas inmersas en el estudio y las escalas de medición relacionadas con las mismas. Las variables estadísticas, según Batanero y Godino (2001, p. 13) son utilizadas para representar los distintos tipos de características o atributos de la población, y por su naturaleza pueden ser categóricas o numéricas, también llamadas cualitativas o cuantitativas respectivamente.

3.1.2 Escalas de medición

Las variables estadísticas se pueden medir con cuatro tipos de escalas de medida, las cuales están relacionadas con los valores que toma la variable y determinan los posibles análisis estadísticos. El nivel de medida de una variable estadística, también llamado escala de medición, es una clasificación que permite describir la naturaleza de la información contenida dentro de los objetos de estudio y por tanto, dentro de una variable estadística. Las escalas de medición son: nominal, ordinal, de intervalo y de razón. Teniendo en cuenta las propiedades matemáticas y estadísticas, la escala de medición más rudimentaria es la nominal y la más completa es la escala de razón (Merli, 2010, p. 245). Un resumen de las características y propiedades de las escalas de medición se presentan en la Tabla 1, tomada de Merli (2010).

Tabla 1. Principales características y propiedades de las escalas de medición.

<i>Escala de Medición</i>	<i>Propiedad Sistema Numérico</i>	<i>Operación Matemática</i>	<i>Operación Estadística</i>	<i>Ejemplos</i>
Nominal	Identidad	Contar	Frecuencias Moda	Sexo
Ordinal	Magnitud	Ordenar	Mediana Rango	Nivel Educativo Dureza Minerales
Intervalo	Distancia	Suma Resta	Media Varianza	Temperatura
Razón	Cero Absoluto	Multiplicación División	Coficiente Variación	Peso, Longitud Ingreso, Precio

*Tabla acumulativa. Las propiedades de una escala incluyen todas las propiedades de la escala anterior

El análisis de contenido realizado se representa a través de la estructura conceptual (Anexo A) que considera las relaciones entre las estructuras matemáticas involucradas en la variable estadística y sus escalas de medición, las relaciones conceptuales y las relaciones entre los sistemas de representación asociados a dicho objeto de estudio.

3.2. Marco de referencia metodológico

Este estudio se enmarca en la metodología de diseño, específicamente en el experimento de enseñanza, pues este se considera como un modelo cercano a la “práctica habitual del docente al [atender al] diseño, puesta en práctica y análisis de un conjunto de intervenciones en un aula, que persiguen un aprendizaje” (Molina, et al. 2011, p. 86). Este estudio asume una perspectiva cualitativa que articula fases del experimento de enseñanza con elementos del análisis didáctico (figura 1).

4. Preparación del experimento

Se muestran a continuación, algunas acciones propias del análisis didáctico consideradas como herramientas de planificación que enuncian aspectos didácticos a tener en cuenta en la preparación del experimento de enseñanza.

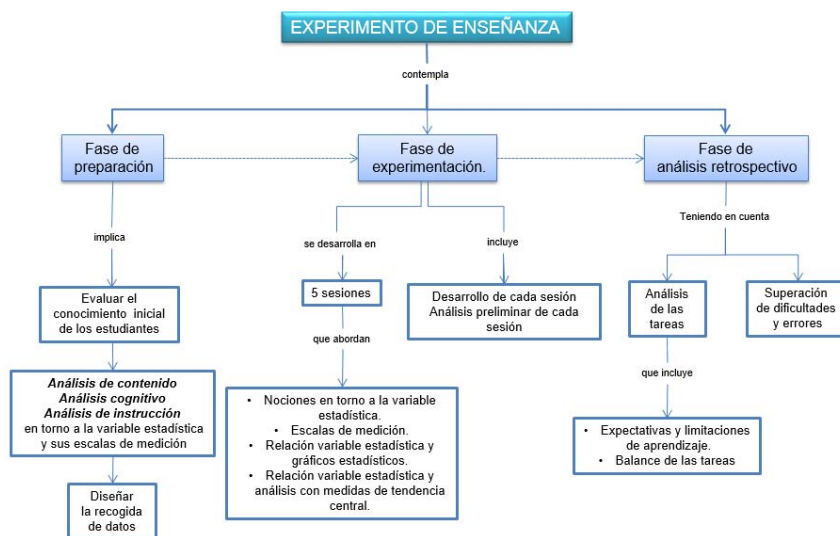


Figura 1. Metodología seguida en el estudio.

4.1. Análisis cognitivo

Luego del análisis de contenido presentado en el marco de referencia estadístico, se realiza el análisis cognitivo. En este el foco de atención es el aprendizaje del estudiante (González y Gómez, 2013), razón por la cual se especifican las expectativas de aprendizaje que son concretadas a través de competencias (Anexo B), objetivos (Anexo C) y capacidades (Tabla 2). De igual forma, como lo afirma Gómez (2007) el análisis cognitivo también tiene en consideración las limitaciones que surgen en el proceso de aprendizaje, las cuales se concretan en las dificultades y los errores (Tabla 3). Dado que este experimento de enseñanza toma como punto de partida las dificultades y errores evidenciados tanto en el estudio experimental, la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes con los que se implementa el experimento, y los reportados por la literatura (Méndez y Valero, 2014); se plantean las expectativas de aprendizaje en términos de la superación de las dificultades y errores.

Tabla 2. Capacidades para realizar tareas relacionadas con variables estadísticas y sus escalas de medición

Código	CAPACIDADES
CA1	Identificar la variable involucrada en el estudio estadístico.
CA2	Identificar los valores de la variable estadística
CA3	Identificar la naturaleza de la variable involucrada en el estudio estadístico.
CA4	Identifica la frecuencia de un valor de la variable en un estudio estadístico presentado en gráficas o en tablas de frecuencia.
CA5	Reconocer propiedades de variables cualitativas medidas con la escala ordinal
CA6	Reconocer propiedades de variables cuantitativas medidas con la escala de intervalo (clasificación, orden y cero relativo).
CA7	Reconocer propiedades de variables cuantitativas medidas con la escala de razón (clasificación, orden, comparación y cero absoluto).
CA8	Determinar la escala de medición que se adecúa a la variable presentada.
CA9	Reconocer propiedades de variables cuantitativas continuas.
CA10	Reconocer propiedades de variables cuantitativas discretas.
CA11	Clasificar las variables cuantitativas en continuas o discretas.
CA12	Identificar las representaciones graficas adecuadas para variables cualitativas (Diagrama de barras y gráficos de sectores).
CA13	Identificar las representaciones graficas adecuadas para variables cuantitativas discretas para

	datos no agrupados (Diagrama de barras y polígonos de frecuencias).
CA14	Identificar las representaciones gráficas adecuadas para variables cuantitativas discretas y continuas para datos agrupados (histograma y polígonos de frecuencias).
CA15	Diferenciar diagramas de barras, gráficos de sectores, histogramas y polígonos de frecuencias.
CA16	Identificar la pertinencia de utilización entre el diagrama de barras y el histograma de acuerdo a los datos presentados.
CA17	Identificar la(s) medida(s) de tendencia central que puede(n) ser calculadas para variables cualitativas medidas en escala nominal (Moda).
CA18	Identificar la(s) medida(s) de tendencia central que puede(n) ser calculadas para variables cualitativas medidas en escala ordinal (Moda, Mediana).
CA19	Identificar la(s) medida(s) de tendencia central que puede(n) ser calculadas para variables cuantitativas medidas en escala de razón (Moda, Mediana y Media)
CA20	Identifica errores en la elección de la medida de tendencia central elegida de acuerdo a la variable.

Tabla 3. Dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición

DIFICULTADES	ERRORES
Confusión de nociones en torno a la variable estadística.	E1 Confundir conceptos como: caso, variable, frecuencia. (Pinto, 2010)
	E2 Confundir dato con variable.
	E3 Confusión entre frecuencia y valor de la variable (Wu, 2004).
	E4 Clasificación incorrecta de la variable estadística considerando la naturaleza de los datos
	E5 No identificar la escala de medición en la cual se encuentra la variable de un estudio estadístico.
Elección incorrecta del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística involucrada y la escala en la cual se encuentra.	E6 No logra establecer la relación entre el tipo de variable y el tipo de gráfico, es decir que no logra reconocer que no son adecuados todos los gráficos para un mismo tipo de variable.
	E7 No diferenciar entre los rectángulos de un gráfico de barras y del histograma. (Pinto, 2010)
No correspondencia entre medidas de análisis y el tipo de variable estadística.	E8 Calcular la media y la mediana en datos cualitativos nominales.
	E9 No relacionar la naturaleza de los datos con el análisis que puede hacerse a través de las medidas de tendencia central.

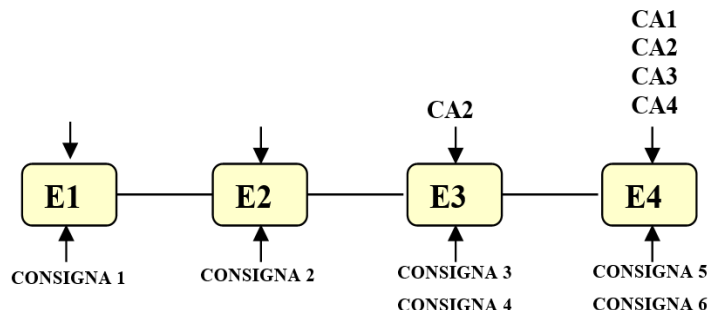
4.2. Análisis de instrucción

El análisis de instrucción consiste en el diseño, selección, identificación y descripción de las actividades de enseñanza, se realiza teniendo en cuenta el análisis de contenido y el análisis cognitivo (Gómez, 2002, 2007). El experimento de enseñanza que se propone se nutre a través de la trayectoria hipotética de aprendizaje, la cual está formada por los objetivos de aprendizaje, las tareas que se usan para promover el aprendizaje y las hipótesis acerca del proceso de aprendizaje que llevarán a cabo los estudiantes (Gómez, 2007, citando a Simón y Tzur (2004)); se plantea en torno a la conexión entre los errores, los objetivos de aprendizaje y las capacidades que ha de usar el estudiante para resolver cada una de las consignas que hacen parte de las actividades. La tabla 4 muestra un ejemplo de la trayectoria hipotética planteada para la tarea 1.

Tabla 4. Trayectoria Hipotética Tarea 1: Nociones en torno a la variable estadística

TAREA 1	
NOCIONES ESTADÍSTICAS TRABAJADAS	Variable, dato, población, muestra, frecuencia, clasificación de las variables según la naturaleza de los datos (cualitativa y cuantitativa).

ERRORES ABORDADOS	E1, E2, E3 y E4
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	OA1
CAPACIDADES	CA1, CA2, CA3 y CA4



HIPÓTESIS	El estudiante identifica las variables estadísticas involucradas en estudios y las clasifica de acuerdo a la naturaleza de los datos.
------------------	---

5. Experimentación y análisis retrospectivo

La implementación del experimento se lleva a cabo con estudiantes de grado noveno (13-14 años). La Tabla 5 presenta la distribución de las sesiones en términos de la secuencia de tareas y el número de estudiantes participantes.

Tabla 5. Distribución de las sesiones de experimentación

Sesión	Tareas	Nº de estudiantes
1	Tarea 1. Nociones en torno a la variable estadística	16
2	Tarea 2. Escalas de medición de las variables estadísticas	13
3	Tarea 3. Relación variables estadísticas y gráficos estadísticos	13
4	Continuación de la Tarea 3. Tarea 4. Escala de medición de intervalo y escala de razón	13
5	Tarea 5. Relación variables estadísticas y análisis con medidas de tendencia central	12

En el análisis retrospectivo del experimento, que tuvo en consideración las actuaciones de los estudiantes en términos de la superación de dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición, fue necesario ampliar la lista de errores previstos en la fase de preparación del experimento, ya que al analizar las evidencias, estas permiten detallar con mayor precisión errores en que incurren los estudiantes al abordar tareas relacionadas con la variable estadística y sus escalas de medición. De igual forma, estas evidencias posibilitaron la identificación de errores adicionales no previstos durante el proceso de diseño. La Tabla 6 recoge los errores previstos durante la fase de preparación (resaltados en negrilla) y los errores evidenciados: previstos, precisados y emergentes durante la gestión y análisis de las tareas.

Tabla 6. Errores evidenciados en el experimento de enseñanza en la fase de análisis retrospectivo

ERRORES EVIDENCIADOS
E1 Confundir conceptos como: caso, variable, frecuencia (Pinto, 2010).
E1.1 Confundir la variable estadística con la(s) frecuencia(s).
E1.2 Confundir la muestra de un estudio estadístico con la variable estadística.
E1.3 Confundir la variable estadística con los valores de la variable.
E2 Confundir dato con variable.
E3 Confusión entre frecuencia y valor de la variable (Wu, 2004).
E4 Clasificación incorrecta de la variable estadística considerando la naturaleza de los datos.
E4.1 Clasificar las variables cualitativas como cuantitativas cuando los valores de la variable son números utilizados como códigos.
E5 No identificar la escala de medición en la cual se encuentra la variable de un estudio estadístico.
E5.1 No reconoce las propiedades de las variables cualitativas medidas en escala nominal.
E5.2 No reconoce las propiedades de las variables cualitativas medidas en escala ordinal.
E5.3 No reconoce las propiedades de las variables cuantitativas medidas en escala de intervalo.
E5.4 No reconoce las propiedades de las variables cuantitativas medidas en escala de razón.
E6 No se tiene claridad de la relación que existe entre la naturaleza de los datos y los diferentes gráficos estadísticos que son apropiados utilizar.
E7 No diferenciar entre los rectángulos de un gráfico de barras y del histograma (Pinto, 2010).
E8 Calcular la media y la mediana en datos cualitativos nominales.
E8.1 Calcular la media en variables cualitativas medidas en escala nominal.
E8.2 Calcular la mediana en variables cualitativas medidas en escala nominal.
E9 No relacionar la naturaleza de los datos con el análisis que puede hacerse a través de las medidas de tendencia central.
E9.1 Calcular la media en variables cualitativas medidas en escala ordinal.
E9.2 Hallar la mediana en variables cualitativas medidas en escala ordinal con número de datos par y valores medios diferentes.
E10 Clasificación incorrecta de variables estadísticas cuantitativas en discretas o continuas sin considerar como se presentan los valores de la variable.
E11 Hallar la media de las frecuencias de los valores de la variable estadística.
E12 No reconocer la posibilidad de cálculo de la mediana en distribuciones para datos agrupados de variables cuantitativas.

Además de los errores listados anteriormente, las puestas en común durante la gestión del experimento permite visibilizar una dificultad en relación con el lenguaje propio de las matemáticas escolares que utilizan los estudiantes, asimismo se evidencia una dificultad relacionada con los significados asociados que tiene algunas palabras en Estadística, tal y como se listan en la Tabla 7.

Tabla 7. Errores asociados al lenguaje

Errores asociado al lenguaje matemático
E13 Confundir la variable algebraica con la variable estadística.
E14 Confundir los valores de las variables estadísticas cualitativas con los datos numéricos presentes en la situación (frecuencias absolutas, frecuencias relativas, tamaño de la muestra, etc.), puesto que la palabra “valor” es asociada únicamente a un número que representa una cantidad.
E15 Relacionar la escala de medición de intervalo con un intervalo como subconjunto de números reales.
Errores asociados al lenguaje estadístico
E16 Asociar la escala de medición de intervalo a variables estadísticas cuantitativas cuando los valores de la variable se encuentran agrupados en intervalos de clase. (La causa del error se debe al uso de la palabra “intervalo”, la cual es empleada en Estadística de dos formas diferentes: “intervalo de clase” y “escala de intervalo”).

Las herramientas de sistematización de las actuaciones de los estudiantes empleadas en el análisis retrospectivo (Méndez y Valero, 2014, pp. 67-91) constituyen un modo eficaz de visualizar el cumplimiento de las expectativas de aprendizaje y la no superación de las limitaciones. Por consiguiente, las planillas de observación de cada tarea (Anexo D) vinculan para cada consigna las capacidades que se requerían, y en caso de no activarse las mismas, se especificaba el error en el cual se incurrió. De esta forma se puede hacer seguimiento a la superación de los errores abordados en cada tarea. Así mismo, las planillas de observación de evolución de cada dificultad (Anexo E) presentan de la Tarea 1 a la Tarea 5 la superación de los errores relacionados con las mismas, con lo que se pudo realizar un pronunciamiento en relación a la contribución del experimento de enseñanza para la superación de dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición, presentes en el grupo de estudio.

Teniendo en cuenta que el alcance de los objetivos de aprendizaje propuestos para la secuencia de tareas, se valora de acuerdo a la superación de las tres dificultades, es posible concluir que: en cuanto al OA1, la mayoría de los estudiantes (85%) identifican la variable estadística involucrada en un estudio estadístico, el 77% de los estudiantes clasifica la variable de acuerdo a su naturaleza y el 23% reconoce la escala de medición en la cual se encuentra la variable estadística distinguiendo sus propiedades. Con relación al OA2, la mayoría de los estudiantes (23% totalmente, 69% parcialmente) reconocen que hay una relación entre el conjunto de datos de la variable estadística, su naturaleza y su representación en gráficos estadísticos. Frente al OA3, el 58% de los estudiantes eligen los métodos estadísticos de análisis adecuados al tipo de datos, a la naturaleza de los mismos y a la escala de medición en la cual se mide la variable estadística involucrada en el estudio, el 42% lo hace de forma parcial, es decir que no en todas las situaciones elige los métodos estadísticos apropiados.

6. Conclusiones

Al realizar el estudio teórico del análisis didáctico, se encuentra que éste aporta elementos para concretar acciones propias de las etapas del experimento de enseñanza, logrando establecer que son dos teorías complementarias (Anexo F), puesto que el experimento de enseñanza requirió una teoría (en este caso del análisis didáctico) que orientara la planificación de una secuencia de tareas respaldada por un proceso de análisis que tuviera en cuenta los intereses de este estudio y promoviera la superación de dificultades y errores, para retornar luego con el análisis preliminar del experimento sesión a sesión y con el análisis retrospectivo del mismo (etapas del experimento de enseñanza), haciendo uso del análisis de actuación. Se reconoce además, que la utilización conjunta del experimento de enseñanza y el análisis didáctico hizo que este estudio se valiera de un proceso cíclico al requerir que el diseño, puesta en práctica y análisis fuera revisado de forma reiterativa, conjugando de forma cíclica el análisis del proceso de aprendizaje y el análisis de los elementos del diseño instruccional (Molina, et al, 2011), generando además la necesidad de revisión de las versiones previas de los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción (Gómez, 2007) propios del análisis didáctico.

La secuencia constituida diseñada en pro de la superación de dificultades y errores descritos en el análisis cognitivo, ha de ser abordada de manera paulatina y acumulativa con el fin de trabajar desde la Tarea 2 y en cada tarea los errores abordados en las tareas anteriores. La secuencia de tareas propuesta en el experimento de enseñanza, se constituye por otro lado, en un material didáctico que puede ser llevado al aula de clase de Estadística considerando los ajustes que se proponen en el balance de las tareas.

Las herramientas de sistematización de las actuaciones de los estudiantes empleadas en el análisis retrospectivo, constituyen una forma eficaz de visualizar el cumplimiento de las

expectativas de aprendizaje y la no superación de las limitaciones; éstas permiten advertir que: i) la mayoría de los estudiantes logran superar la dificultad relacionada con la confusión de nociones en torno a la variable estadística, en tanto que identifican la variable estadística involucrada, diferenciándola de otros elementos propios de un estudio estadístico y la clasifican de acuerdo a la naturaleza de los datos, sin embargo algunos estudiantes persisten en errores relacionados con la incorrecta identificación las escalas de medición específicamente la escala de intervalo y la de razón; ii) la mayoría de los estudiantes lograron superar de manera parcial la dificultad relacionada con la elección incorrecta del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística involucrada y la escala en la cual se encuentra, debido a que logran distinguir cuando los rectángulos debían presentarse separados (gráficos de barras) y cuando no (histogramas), sin embargo algunos presentan confusiones en la pertinencia de la utilización de diagramas de barras, gráficos de sectores, histogramas y polígonos de frecuencias; iii) respecto a la no correspondencia entre el tipo de variable estadística y las medidas de tendencia central, la mayoría reconocen y eligen las medidas de tendencia central adecuadas al tipo de datos, a la naturaleza de los mismos y a la escala de medición en la cual se mide la variable estadística involucrada.

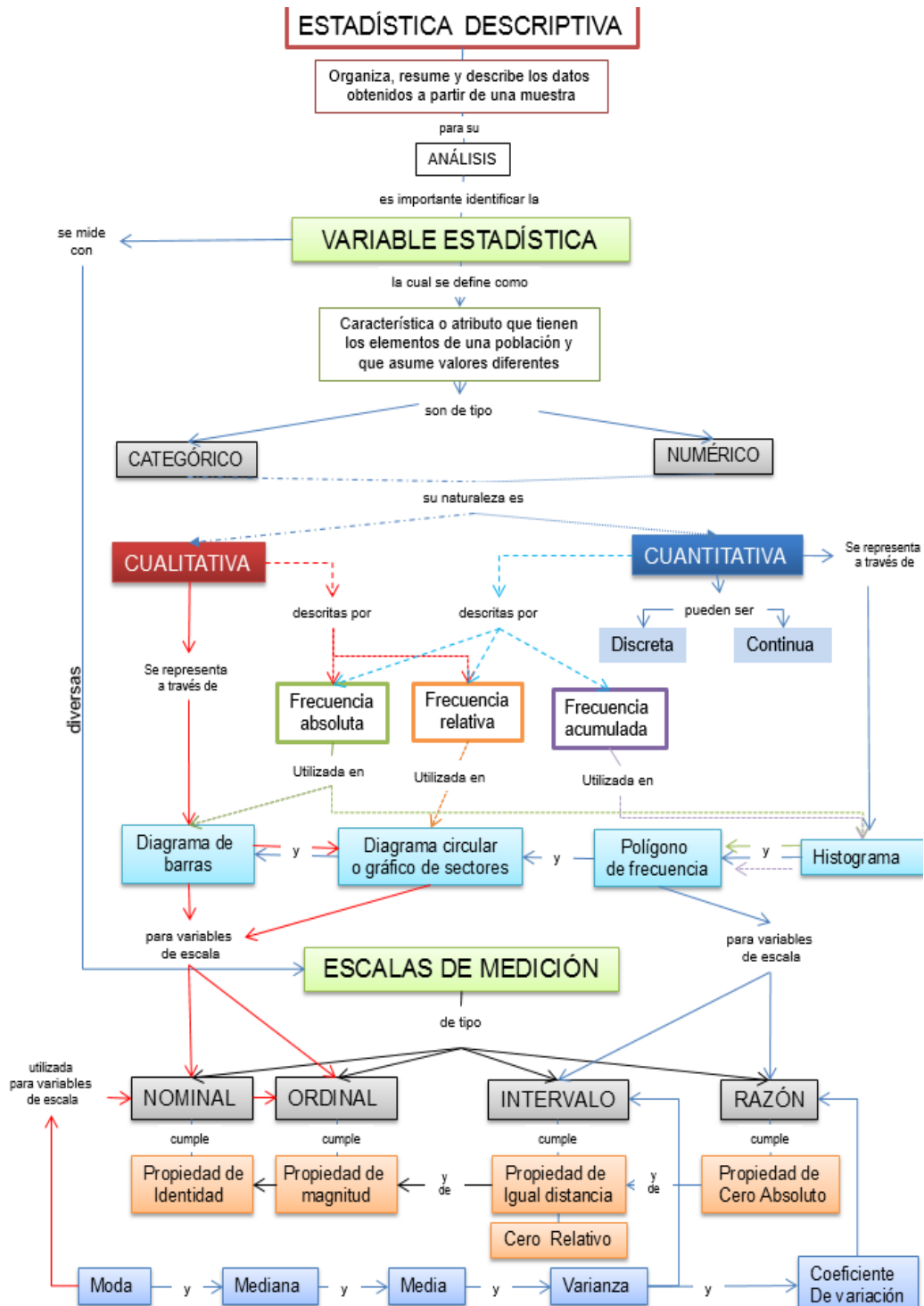
Los aportes de este estudio pueden ser útiles tanto para la enseñanza como para la investigación en Educación Estadística, en términos que la secuencia de tareas, la descripción sistemática de las relaciones entre las competencias, objetivos de aprendizaje, capacidades, dificultades y errores, y la definición de los errores utilizados en el análisis retrospectivo, constituye información relevante para el formador en Educación Estadística.

Referencias

- Batanero, C. y Godino, J. (2001). Análisis de datos y su didáctica. Grupo de Investigación en Educación Estadística Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Granada, España. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/Apuntes.pdf>
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular. *Revista EMA*, 7(3), 251–292. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/375/>.
- Gómez, P. (2007). *Análisis didáctico. Una conceptualización de la enseñanza de las Matemáticas. (Capítulo 2)*. En Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada
- Gonzalez, M. y Gómez, P. (2013). *Apuntes sobre análisis cognitivo*. Módulo 3. (Documento no publicado). Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/2041/1/Apuntes_Modulo3.pdf
- Méndez, M. y Valero, N. (2014). Experimento de enseñanza para la superación de algunas dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición. Trabajo de grado para optar al título de Magister en Docencia de la Matemática. Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
- Merli, G. (2010). Escalas de medición en Estadística. *Telos*, 12(2), 243–247. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/993/99315569009.pdf>.
- Molina, J., Castro, E., Molina, M. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 29(1), 75–88. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1568/>.

- Pinto, J. (2010). Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudios de casos con profesores de Estadística en carreras de psicología y educación. Tesis de doctorado para la obtención del título de Doctor en Educación Matemática. Universidad de Salamanca, España.
- Svensson, E. (2009). Experiencing the complexity of reality before graduation. *Next steps in statistics education IASE/ISI Satellite*. Recuperado de http://iase-web.org/documents/papers/sat2009/2_2.pdf.
- Wu, Y. (2004). Singapore Secondary School Students. Understanding of Statistical Graphs. National Institute of Education. Nanyang Technological University, Singapore. Trabajo presentado en el 10th International Congress on Mathematics Education. Copenhagen, Denmark.

Anexo A. Estructura conceptual de la variable estadística y sus escalas de medición



Anexo B. Competencias seleccionadas en relación con la variable estadística y sus escalas de medición

Código	COMPETENCIAS
CO1	Resolver problemas de estadística descriptiva con el análisis unidimensional de la variable involucrada.
CO2	Modelar procesos y fenómenos de análisis estadísticos a través de los diferentes registros de representación.
CO3	Comunicar, razonar, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos referidos a la pertinencia de utilizar o no resúmenes estadísticos a través de las medidas de tendencia central de acuerdo a la escala de medición en la que se encuentre medida la variable presentada.

Anexo C. Objetivos de aprendizaje en pro de la superación de errores

Código	OBJETIVOS DE APRENDIZAJE
OA1	Identificar adecuadamente la variable estadística involucrada en el estudio estadístico, clasificarla de acuerdo a su naturaleza y reconocer la escala de medición en la cual se encuentra distinguiendo propiedades de las escalas de medición de las variables
OA2	Reconocer la relación entre el conjunto de datos de la variable estadística presentada, su naturaleza y la escala de medición en la cual se encuentra, seleccionando la(s) representación(es) apropiada(s) para presentar la información.
OA3	Elegir y utilizar algunos métodos de análisis estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y a la escala de medición de la variable estadística (nominal, ordinal, de intervalo o de razón).

Anexo D. Planilla de observación: Tarea 1. Expectativas de aprendizaje y limitaciones

Consigna Capacidad Estudiante	Consigna 1	Consigna 2	Consigna 3	Consigna 4	Consigna 5			
	CA1	CA1	CA2	CA2	A		B	
					CA1	CA3	CA1	CA3
Est. 1	*	E2	E3	*	E1.1	E4.1	E1.1	E4
Est. 2	E1.1	E2	E3	*	E1.1	E4.1	**	**
Est. 3	*	E2	E3	*	*	*	E1.1	E4
Est. 4	***	E2	E3	*	E1.1	E4.1	E1.1	E4
Est. 5	*	*	E3	*	E1.1	E4.1	**	**
Est. 6	E1.1	*	E3	*	E1.1	E4.1	**	**
Est. 7	E1.2	E2	E3	*	*	E4.1	*	*
Est. 8	*	*	*	*	E1.1	E4.1	E1.1	E4
Est. 9	*	E2	E3	*	E1.1	E4.1	E1.1	E4
Est. 10	*	E2	E3	*	E1.1	E4.1	*	*
Est. 11	E1.1	E2	E3	*	E1.1	E4.1	**	**
Est. 12	*	*	*	*	E1.1	E4.1	E1.1	E4
Est. 13	*	E2	E3	*	E1.1	E4.1	E1.1	***

* El estudiante responde en forma correcta la consigna (en caso contrario se especifica el error en el cual incurre el estudiante)

** El estudiante no responde la consigna

*** La respuesta dada por el estudiante a la consigna no tiene relación con la capacidad que se debía activar o no permite visualizar algún error

Anexo E. Planilla de observación evolución de la Dificultad 1.

Dificultad	D1. Confusión de nociones en torno a la variable estadística
------------	--

Error Tarea	E1						E2					E3				
	Dg	T1	T2	T3	T4	T5	T1	T2	T3	T4	T5	T1	T2	T3	T4	T5
Estudiante																
Est. 1	✓	✓*	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓
Est. 2	✗	✓*	✓	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✗	✓	**	✓	✓
Est. 3	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓
Est. 4	✗	✓	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓
Est. 5	✗	✓*	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓	✗	**	✓	✓	✓
Est. 6	✓*	✓	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓
Est. 7	✗	✓*	✓	✓	✓*	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓
Est. 8	✓*	✓*	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓
Est. 9	✓*	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Est. 10	✗	✓*	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Est. 11	✗	✓*	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✓
Est. 12	**	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Est. 13	✓*	✓	✗	✓	✓	**	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓	✓	**

- ✓ El estudiante avanza en la superación del error
- ✗ El estudiante persiste en el error
- ✓* El estudiante continúa incurriendo en algunos de los errores asociados al error previsto en la fase de preparación del experimento de enseñanza °
- ** El estudiante no asiste a la sesión.

Anexo F. Relación acciones del experimento de enseñanza con elementos del análisis didáctico

