

Los problemas de probabilidad en los libros de texto de bachillerato

Juan J. Ortiz de Haro

jortiz@ugr.es, Universidad de Granada

Resumen

En este trabajo se pretende analizar las situaciones problemas de probabilidad que se presentan en una muestra de libros de texto españoles de Bachillerato. Se analizan los conceptos necesarios para resolver dichas situaciones, la asignación de probabilidad, los contextos empleados y el uso de recursos tecnológicos en las situaciones propuestas. Se detectan diferencias entre los diferentes textos y un tratamiento desigual de las variables analizadas.

Palabras clave: Probabilidad, Libros de texto, Problema, Bachillerato.

1. Introducción

Es innegable que la enseñanza de la estadística y la probabilidad ha adquirido una gran relevancia en muchos países, donde se introduce desde los niveles básicos hasta los universitarios. Por ejemplo, en España, tanto en el decreto de enseñanzas mínimas del Bachillerato (MEC, 2007) como en el decreto de currículo básico para Educación Secundaria y Bachillerato (MECD, 2015), en la modalidad de Ciencias Sociales donde tiene un tratamiento más extenso, se sugiere que los estudiantes han de ser competentes para estimar y calcular probabilidades asociadas a diferentes tipos de sucesos, utilizando una variedad de procedimientos y tener la capacidad de tomar decisiones de tipo probabilístico. Estas recomendaciones también se recogen en las orientaciones curriculares de otros países (por ejemplo, NCTM, 2000).

En la enseñanza de la probabilidad hemos de tener en cuenta la forma en que se presentan las situaciones-problemas en los libros de texto que utilizan los estudiantes, y si contemplan los diferentes significados de la probabilidad (Batanero y Díaz, 2007) de una forma equilibrada y adecuada a la edad de los estudiantes. En muchas ocasiones, las decisiones de los profesores, sobre las tareas a realizar con los alumnos, están mediadas por ellos (Stylianides, 2009). García Alonso (2011) considera el libro de texto un elemento fundamental en la enseñanza de la estadística y probabilidad, que además contribuye a la formación del propio docente. Por todo ello, se considera de interés de este tipo de estudios ya que el análisis de los libros de texto nos puede aportar información, no sólo sobre el significado que se da al concepto de probabilidad, sino también sobre el que se le ha atribuido en la mayor parte de los centros de enseñanza donde han sido utilizados.

En este trabajo, que continúa otros anteriores, se pretende analizar las situaciones-problemas de probabilidad que se presentan en una muestra de libros de texto españoles de Bachillerato. A continuación se presentan los fundamentos, las investigaciones previas, la metodología y los resultados del estudio.

2. Marco teórico

Partiendo de la idea de transposición didáctica (Chevallard, 1991), entendida como los cambios que experimenta un concepto al adaptarlo para ser enseñando, se presentan algunos resultados de la transposición didáctica del concepto de probabilidad cuando se imparte en el Bachillerato. Nos basamos en el Enfoque Onto-semiótico (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007), que parte de la noción primitiva de situación-problema, entendida como cualquier tarea, ejercicio o actividad planteada al estudiante que promueva actividades de matematización, pudiendo ser agrupadas en clases. A partir de ella, define la práctica matemática como cualquier acción o manifestación (lingüística o de otro tipo) llevada a cabo en la resolución de problemas matemáticos y en la comunicación de soluciones a otras personas a fin de validarlas y generalizarlas a otros contextos y problemas.

En este marco, el significado institucional (personal) de un objeto matemático es el sistema de prácticas significativas realizadas por una institución (persona) para resolver un determinado campo de problemas, de donde emerge el objeto. Por ello, el análisis que se realiza de las situaciones problemas de probabilidad propuestas en los textos desde este marco teórico, es esencial para caracterizar el significado de los objetos probabilísticos en los libros estudiados. Como consecuencia del análisis, se describirán y clasificarán dichas situaciones problemas, en clases que sean representativas de las contenidas en el significado institucional del concepto y que permitan contextualizar los conocimientos pretendidos (Godino, Font, Contreras y Wilhelmi, 2006). Dicho significado institucional se estableció en Ortiz (2002), mediante un análisis epistemológico de las ideas estocásticas consideradas fundamentales por Heitele (1975).

3. Investigaciones previas

Las investigaciones sobre libros de texto de matemáticas son numerosas, pero no ocurre lo mismo en el caso de la estadística y la probabilidad, donde podemos citar ejemplos como Cobo y Batanero (2004), Lavalle, Micheli y Rubio (2006), Batanero, Gea, Cañadas y Arteaga (2013).

Sobre probabilidad, Ortiz (2002) realizó un estudio de las actividades (ejemplos y ejercicios) propuestas en una muestra de 11 libros de texto españoles para alumnos de 14-15 años, abarcando el período 1975-1991. Los resultados muestran que los conceptos más frecuentes en los ejercicios analizados son el experimento compuesto, la probabilidad y las frecuencias relativas, aunque también aparecen las operaciones con sucesos. Hay pocos ejercicios sobre espacio muestral, experimento aleatorio, probabilidad condicional, dependencia e independencia, conceptos todos ellos básicos y que merecerían mayor atención dentro de los libros. Solo un texto presenta actividades y ejemplos de todos los significados de la probabilidad, aunque también son escasas. La asignación de probabilidades a sucesos simples y compuestos se hace exclusivamente aplicando la regla de Laplace. El contexto predominante en las actividades es el juego.

Azcárate y Serradó (2006) analizaron el contenido de probabilidad en cuatro series de libros de texto de educación secundaria obligatoria. Encuentran diferencias en el desarrollo de las unidades didácticas, pues mientras dos editoriales organizan los contenidos de forma lineal, comenzando con las nociones teóricas y con actividades fundamentalmente de aplicación, la organización en las otras dos es helicoidal, alternando nociones teóricas y actividades basadas en recursos manipulativos y trabajo cooperativo. Este estudio se completa en Serradó, Azcárate y Cardeñoso (2006), concluyendo que hay presencia mayoritaria del significado clásico en unas editoriales y del frecuencial en otras.

Carranza y Kuzniak (2009) realizaron un estudio sobre la presencia de los enfoques frecuentista y bayesiano en los ejercicios de probabilidad propuestos en dos libros de texto franceses, dirigidos a estudiantes de 16-17 años, el primero, con una orientación científica y el segundo, con una orientación en ciencias sociales. Los resultados sugieren que en ambos textos los ejercicios se centran más en los aspectos del cálculo que en las interpretaciones de la probabilidad, que además no se corresponderían con las interpretaciones fundamentales de los dos enfoques analizados. Una diferencia detectada es que en los ejercicios del texto de orientación en ciencias sociales se presenta una mayor variedad de significados y tiene una menor influencia la visión conjuntista de la probabilidad.

4. Metodología

Se analizaron cuatro libros de texto de segundo curso de Bachillerato en la Modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales (MEC, 2007), dirigidos a estudiantes de 17-18 años, publicados en el período 2009-2011, posterior a la publicación del citado currículo. Se han seleccionado por ser de cuatro editoriales muy prestigiosas y ser de los más utilizados en la enseñanza pública en España (Anexo I). Se analizaron todas las situaciones problemas incluidas, sin distinguir entre ejemplo, ejercicio o problema. Se han utilizado las variables y categorías establecidas en el estudio sobre el tratamiento de la probabilidad en libros de texto de secundaria (Ortiz, 2002), que permiten lograr el objetivo de este estudio, revisando las categorías de forma inductiva cuando ha sido necesario, al ser en este caso textos de bachillerato. Las variables son:

V1. Concepto al que la situación problema se refiere explícitamente o implícitamente, es decir, estudiar cuál, de entre los conceptos establecidos en el estudio teórico sobre la probabilidad de Ortiz (2002), debe movilizar el alumno para resolverla.

V2. Posible asignación de probabilidades a los sucesos dentro de los experimentos que intervienen en la situación, utilizando las categorías utilizadas en el estudio de Ortiz (2002).

V3. Contexto de la situación problema, utilizando las categorías establecidas en Ortiz (2002).

V4. Uso o no de la tecnología para el planteamiento o resolución del problema.

5. Resultados y discusión

Aunque existen numerosas investigaciones sobre los libros de texto de matemáticas, no ocurre lo mismo en el caso de la estadística y la probabilidad, donde podemos citar ejemplos como Sánchez Cobo (1998), Cobo y Batanero (2004), Lavalle, Micheli y Rubio (2006), Batanero, Gea, Cañadas y Arteaga (2013).

5.1. Conceptos necesarios para resolver la situación problema

En este apartado se analiza cuál, de entre los conceptos establecidos en el estudio teórico sobre la probabilidad de Ortiz (2002), debe movilizar el alumno para resolver la situación problema o a cuál de estos conceptos se refiere el ejemplo. En el caso de que una situación problema se refiera a varios conceptos, se ha subdividido en tantos apartados como fuese necesario.

Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 1, donde aparecen los textos analizados y las situaciones problemas relacionados con los conceptos siguientes: Experimento aleatorio;

espacio muestral; sucesos y operaciones; frecuencia relativa; probabilidad; probabilidad condicional; dependencia e independencia; experimentos compuestos, probabilidad total y teorema de Bayes. En ella se observa que el texto [T2] es el que tiene un mayor número de actividades y que estos conceptos se presentan en todos los textos analizados, excepto el de frecuencia relativa que no aparece en los textos [T2] y [T4], siendo además muy escasa su presencia en los otros dos.

Tabla 1. Frecuencias (porcentajes) de conceptos utilizados en los problemas

Conceptos	T1	T2	T3	T4	Total
Experimento aleatorio	2 (0.9)	3 (1.1)	15 (6)	1 (0.6)	21 (2.2)
Espacio muestral	9 (4)	12 (4.4)	10 (4)	6 (3.2)	37 (4)
Sucesos y operaciones	24 (10.6)	34 (12.4)	30 (12.1)	28 (15.1)	116 (12.4)
Frecuencia relativa	2 (0.9)	0	2 (0.8)	0	4 (0.4)
Probabilidad	58 (25.7)	38 (13.9)	71 (28.5)	45 (24.3)	212 (22.7)
Probabilidad condicional	27 (12)	64 (23.4)	36 (14.5)	29 (15.7)	156 (16.7)
Dependencia/independencia	12 (5.3)	5 (1.8)	17 (6.8)	8 (4.3)	42 (4.5)
Experimento compuesto	58 (25.7)	77 (28.1)	41 (16.5)	36 (19.5)	212 (22.7)
Probabilidad total	14 (6.2)	22 (8)	12 (4.8)	16 (8.7)	64 (6.9)
Teorema Bayes	20 (8.9)	19 (6.9)	15 (6)	16 (8.7)	70 (7.5)
Total	226 (24.2)	274 (29.3)	249 (26.7)	185 (19.8)	934 (100)

Los conceptos más frecuentes son los de probabilidad y experimento compuesto lo que supone el 45,4 % del total. El texto [T3] es el que más ejercicios de probabilidad presenta y el [T2] el que más sobre experimento compuesto. Un ejemplo sobre este último concepto es: “¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos dados correctos la diferencia de sus puntuaciones sea 2?”. ([T1], p. 244). Le sigue el concepto de probabilidad condicional, siendo el texto [T2] el que más ejercicios presenta. Un ejemplo es: “En una clase de 22 alumnos, 7 alumnos son aficionados al baloncesto, 12 son aficionados al fútbol y 6 a ambos deportes. Si elegimos a un alumno al azar, calcula la probabilidad de que: a) Sea aficionado al fútbol, sabiendo que es aficionado al baloncesto; b) Sea aficionado al fútbol, sabiendo que no es aficionado al baloncesto”. ([T2], p. 265).

Sobre dependencia e independencia, experimento aleatorio, espacio muestral y frecuencia relativa, hay pocos ejercicios y todos ellos básicos. Por ello, debería prestarse mayor atención a ellos dentro de los libros de texto. Observamos que los textos incluyen los conceptos identificados en Ortiz (2002), aunque en este estudio la probabilidad condicional tiene mayor presencia y aparecen los conceptos de probabilidad total y teorema de Bayes que no se presentaban en el otro, lo que es lógico ya que son textos dirigidos a estudiantes de diferentes niveles educativos.

5.2. Asignación de probabilidades

El análisis de la asignación de probabilidades es muy importante porque está directamente relacionada con los distintos significados del término probabilidad descritos en el estudio teórico de Ortiz (2002). En la Tabla 2 se observa que en todos los textos se incluyen situaciones problemas de los diferentes significados de la probabilidad, excepto el enfoque frecuencial que no aparece en el texto T4, aunque en algunas categorías son escasas.

La asignación de probabilidades más utilizada se hace mediante la probabilidad condicional, lo que supone un 43,4 % del total. Los textos [T2] y [T1] son los que más la utilizan, con un porcentaje similar. Un ejemplo es: “Una encuesta revela que: el 35 % de los habitantes de una ciudad oye la emisora A, el 28 % oye la B, y el 10% oye ambas emisoras. Se elige al azar uno de estos ciudadanos. Calcula la probabilidad de que escuche la emisora A sabiendo que

escucha B". ([T1], p. 255). Le sigue la asignación de probabilidades mediante la aplicación de sus propiedades, siendo el texto T4 el que presenta una mayor proporción de este tipo. Un ejemplo es: "Calcula la probabilidad del suceso $A^C \cap B$, sabiendo que la probabilidad de que ocurra al menos uno de los dos sucesos A o B es $0,8$ y que $P(A)=0,3$ ". ([T4], p. 224)

Con porcentajes menores aparecen las asignaciones de probabilidad que se hacen mediante la utilización de los teoremas de la probabilidad total y de Bayes, siendo los textos [T4] y [T2] los que más actividades presentan de este tipo. Un ejemplo es: "Las piezas de automóviles de una marca multinacional son producidas en fábricas de tres países diferentes. Las producciones son del 30%, 40% y 30% respectivamente. El número de piezas defectuosas que llegan a los diferentes talleres son del 1%, 1,5% y 1,5%. Si elegimos una pieza al azar, calcula la probabilidad de tener una pieza defectuosa. ¿Qué probabilidad hay de que provenga de la fábrica 1?". ([T4], p. 228).

Tabla 2. Frecuencias (porcentajes) de asignación de probabilidades en los problemas

Conceptos	T1	T2	T3	T4	Total
Regla de Laplace	18 (9.4)	32 (14.2)	26 (13.4)	8 (5.3)	84 (11.1)
Frecuencial	4 (2.1)	4 (1.8)	2 (1.0)	0	10 (1.3)
Realización/simulación experimentos	1 (0.5)	0	2 (1)	0	3 (0.4)
Aplicación propiedades Geométrica	39 (20.4)	41 (18.2)	62 (32)	51 (34)	193 (25.4)
Probabilidad condicional	5 (2.6)	0	0	0	5 (0.7)
Probabilidad total	91 (47.6)	106 (47.1)	76 (39.2)	57 (38)	330 (43.4)
Teorema de Bayes	14 (7.3)	22 (9.8)	12 (6.19)	17 (11.3)	65 (8.5)
Total	19 (9.9)	20 (8.9)	14 (7.2)	17 (11.3)	70 (9.2)
Total	191 (25.2)	225 (29.6)	194 (25.5)	150 (19.7)	760 (100)

Hay pocos ejercicios sobre asignación frecuencial de la probabilidad o mediante realización/simulación de experimentos, por lo que se considera que no hay un tratamiento adecuado del enfoque frecuencial de la probabilidad en ningún texto. Se observa que los textos incluyen los tipos de asignación de probabilidad identificados en Ortiz (2002), aunque con una proporción menor de ejercicios de aplicación de la regla de Laplace y una mayor proporción de ejercicios de probabilidad condicional, probabilidad total y Bayes, lo que es razonable pues se trata de textos dirigidos a estudiantes de niveles educativos diferentes. También es alto el porcentaje de ejercicios sin contexto, donde la asignación de probabilidades se realiza mediante la aplicación de las propiedades del cálculo de probabilidades, lo que coincide con Carranza y Kuzniak (2009).

5.3. Contextos utilizados

Se han encontrado una gran variedad de contextos utilizados que han sido clasificados según el procedimiento descrito en cinco categorías: a) *Juegos de azar* (lanzamiento de dados y monedas, extracción de bolas de urnas, extracción de cartas de una baraja); b) *Biología* (características biológicas de las personas, nacimientos); c) *Sociedad* (producción empresas, preferencias ciudadanos, medicina); d) *Educación* (aprueban o suspenden un examen, alumnos y alumnas que practican deporte o no) y e) *Sin contexto*.

En la Figura 1 se observa que en todos los textos analizados, excepto en el texto [T4], el contexto más utilizado está relacionado con juegos de azar, con porcentajes menores que los obtenidos en Ortiz (2002) del 75%. Esta diferencia puede ser normal ya que las edades de los estudiantes a los que van dirigidos los textos son diferentes: 17-18 años en este estudio y 13-14 años en el de Ortiz (2002). No obstante, en ambos casos se considera una restricción importante en el dominio de las aplicaciones de la probabilidad mostradas al alumnado.

Destaca el alto número de ejercicios descontextualizados, donde se incluyen ejercicios relacionados con los sucesos y operaciones y comprobación de sus propiedades y ejercicios donde se han de probar determinadas propiedades de la probabilidad utilizando los axiomas y teoremas del enfoque axiomático. Estos porcentajes son muy superiores a los obtenidos en Ortiz (2002) con solo un 1,3%, y son preocupantes, ya que, según Suydan y Weaver (1977), los estudiantes se sienten más motivados y obtienen mejores resultados cuando el contexto del problema les resulta familiar que si se trata de situaciones abstractas o descontextualizadas.

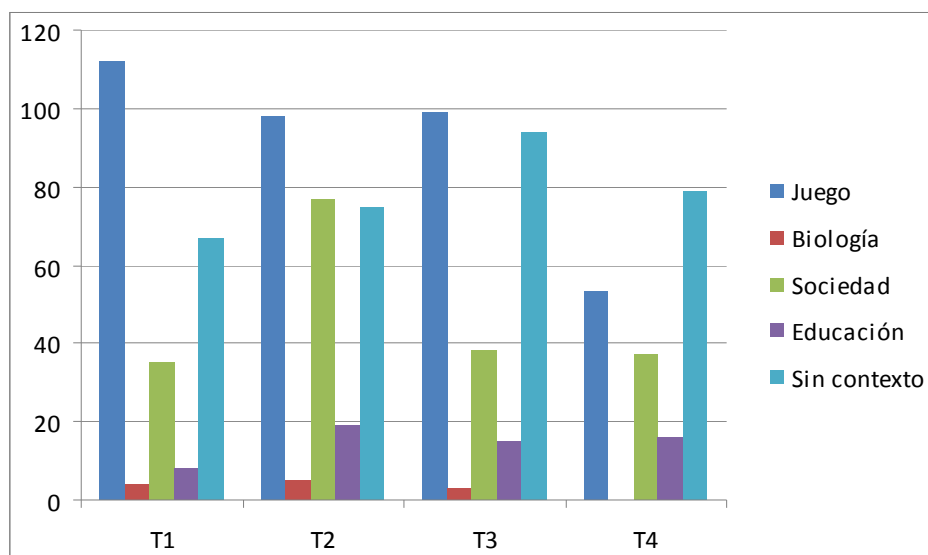


Figura 1. Frecuencias de contextos utilizados en las tareas

Con porcentajes menores aparecen los contextos Sociedad y Educación, al contrario que en Ortiz (2002), donde había más relacionados con Educación que con Sociedad, lo que también puede ser debido a la diferencia de edad de los estudiantes a los que van dirigidos los textos. El libro [T2] es el que presenta un mayor equilibrio entre los diferentes contextos encontrados, lo que supone una mayor variedad de actividades de aplicación propuestas relacionadas con problemas reales.

5.4. Uso de la tecnología

Todos los textos incluyen un CD ROM donde se sugiere la utilización de diversos recursos tecnológicos para realizar las actividades propuestas. En el texto [T1] se formulan dos actividades, una para comprobar experimentalmente la ley de los grandes números y otra para trabajar con tablas de contingencia utilizando la hoja de cálculo Excell. Así mismo incluye actividades donde para resolverlas se recomienda el uso de la calculadora gráfica (5), de Derive (4) y del software Wiris (6). Por último, incluye la demostración de los teoremas de la probabilidad que aparecen en el texto y la solución de 43 ejercicios del texto. En el texto [T2] hay tres presentaciones donde se resuelven en una pizarra siete problemas de probabilidad.

El texto T3, al final del bloque de estadística y probabilidad incluye un apartado denominado “problemÁTICA” donde formula dos actividades de simulación con Excell. Además incluye 68 ejercicios resueltos de las pruebas de acceso a la universidad de convocatorias recientes, similares a los de la unidad didáctica. En el texto [T4] se propone la resolución de 23 actividades similares a las realizadas en la unidad didáctica para que sean resueltas utilizando Derive o Wiris. Aunque en general en estos libros analizados aparecen más actividades

relacionadas con las nuevas tecnologías que en el estudio de Batanero et al. (2013), se considera que es aún escaso su uso.

6. Conclusiones

La noción de transposición didáctica y la noción de significado de un objeto matemático propuesta en el EOS han permitido mostrar que existen diferencias en el tratamiento de la probabilidad en los diferentes textos analizados. Los conceptos más utilizados han sido los de probabilidad, experimentos compuestos y probabilidad condicional. También aparecen los teoremas de probabilidad total y el teorema de Bayes que no estaban presentes en el estudio de Ortiz (2002).

Las asignaciones de probabilidad más utilizadas se hacen mediante la probabilidad condicional y mediante la aplicación de sus propiedades. Hay pocos ejercicios sobre asignación frecuencial de la probabilidad, observándose en este estudio una mayor proporción de ejercicios de probabilidad condicional, de probabilidad total y de Bayes que en Ortiz (2002). Estos resultados pueden estar influenciados por los tipos de problemas que se proponen a los estudiantes en las pruebas de acceso a la universidad.

El contexto más utilizado está relacionado con juegos de azar, excepto en el [T4], lo que se considera una restricción importante en el dominio de las aplicaciones de la probabilidad mostradas al alumnado. Destaca el alto número de situaciones descontextualizadas, con porcentajes muy superiores a los obtenidos en Ortiz (2002), lo que se opone a estudios internacionales. Se revela el escaso uso que se hace de las nuevas tecnologías a pesar de las recomendaciones del decreto del MEC (2007) en sentido contrario.

Aunque la mayoría de los textos analizados presentan situaciones problemas relacionadas con los diferentes significados de la probabilidad, son escasas las que tratan sobre el enfoque frecuencial. Como consecuencia de este estudio, se considera que en los libros de texto se deberían proponer una muestra de situaciones problemas contextualizadas que sean representativas de los diferentes significados de la probabilidad, incidiendo más en la interpretación de los mismos que en los aspectos relacionados con el cálculo

Agradecimientos: Proyecto EDU2013-41141-P (Ministerio de Economía y Competitividad) y grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referencias

Azcárate, P., y Serradó, A. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista de Educación*, 340, 341-378.

Batanero, C., y Díaz, C. (2007). Meaning and understanding of mathematics. The case of probability. En J.P Van Bendegeny K. François (Eds.), *Philosophical dimensions in mathematics education* (pp. 107-127). Nueva York: Springer.

Batanero, C., Gea, M., Cañadas, G., y Arteaga, P. (2013). La organización de datos bidimensionales en libros de texto de bachillerato. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 373-381). Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada

- Carranza, P. y Kuzniak, A. (2009). Enfoque bayesiano “oculto” y enfoque frecuentista “ambiguo” en los manuales franceses de Première S y ES. En P. Orús, L. Zamora, y P. Gregori (Eds.), *Teoría y aplicaciones del Análisis Estadístico Implicativo. Primera aproximación en lengua hispana* (pp.447-460). Universitat Jaume I de Castellón.
- Cobo, B., y Batanero, C. (2004). Significados de la media en los libros de texto de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 22 (1), 5-18.
- Chevallard (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grénoble: La Penséesauvage
- García Alonso, I. (2011). Análisis de los términos de Inferencia Estadística en Bachillerato. *Números*, 77, 51-73.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Font, V., Contreras, A., y Wilhelmi, M. R. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (1), 117-150.
- Heitele, D. (1975). Anepistemologicalviewon fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 187-205.
- Lavalle, A. L., Micheli, E. B., y Rubio, N. (2006).Análisis didáctico de regresión y correlación para la enseñanza media. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (3), 383-406.
- MEC (2007). REAL DECRETO 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. Madrid: Boletín Oficial del Estado, nº 266.
- MEC (2015). REAL DECRETO 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Madrid: Boletín Oficial del Estado, nº 3.
- N. C. T. M. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: VA, NCTM.
- Ortiz, J. J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Universidad de Granada.
- Serradó, A., Azcárate, P., yCardenoso, J. M. (2006). La caracterización escolar de la noción de probabilidad en libros de texto de la ESO. *Tarbiya*, 38, 91-112.
- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-Proving in School Mathematics Textbooks. *Mathematical thinking and learning*, 11 (4), 258-288.
- Suydam, M., y Weaver, J. F. (1977). Research on problem solving: Implications for elementary school classroom. *Journal of Experimental Psychology General*, 112, 634-656.

Anexo I: Libros de texto utilizados

- [T1]. Colera, J. y Oliveira, M.J. (2009). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II*. Madrid: Grupo Anaya.
- [T2]. Escoredo, A., Gómez, M., Lorenzo, J., Machín, P., Pérez, C., Rey, M., Río, J, y Sánchez, D. (2011). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II*. Madrid: Santillana Educación.

- [T3]. Vizmanos, J., Hernández, J. y Alcalde, F. (2009). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II*. Madrid: Grupo SM.
- [T4]. Ortega, P., Serra, J., Díez, S., Prieto, J. y Bautista, A. (2010). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II*. Madrid: Pearson.