

# Estadística: Aprendizaje a largo Plazo. Algunas Reflexiones

Behar Gutiérrez, Roberto<sup>1</sup> y Grima Cintas, Pere<sup>2</sup>

<sup>1</sup>roberto.besar@correounivalle.edu.co, Escuela de Estadística, Universidad del Valle

<sup>2</sup>pere.grima@upc.edu, Universidad Politécnica de Cataluña

## Resumen

Las reflexiones sobre el aprendizaje a largo plazo de conceptos estadísticos, se aborda en el contexto de la Educación Superior, en los llamados cursos de “servicio”, que corresponden a la formación de profesionales no estadísticos. En este marco se hacen reflexiones sobre los potenciales objetivos, contenidos y metodologías usados, provocando y confrontando al lector, sobre la pertinencia de sus objetivos, de sus contenidos y sus énfasis, y sobre sus estrategias pedagógicas, en el horizonte del largo plazo. Se pone en evidencia que estamos muy lejos del consenso en estas tres componentes del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Estadística y que las expectativas de lo que se pretende lograr en la formación es muy disímil. Los ejes de las reflexiones se relacionan con lo que sería razonable que permaneciera en el sistema explicativo de nuestros estudiantes en el largo plazo y el contraste sobre si hoy dedicamos tiempo suficiente para construir para el largo plazo. El reconocimiento de que ningún estudiante viene vacío en lo que respecta a su actitud frente a la incertidumbre y que el conocimiento de esas preconcepciones es importante, pues el modelo de aprendizaje supone que lo nuevo (esquema formal de decisiones frente a la variabilidad y al azar) debe competir con el sistema explicativo y de decisiones que el estudiante ha construido durante su vida. La meta en esta confrontación es lograr de su parte, la convicción acerca de que lo que se ofrece le conviene, complementa y mejora lo que él ya trae. En este proceso de confrontación, las analogías juegan un papel muy importante. Se pone en duda el ideal del conocimiento perfecto, en el sentido de sentir la necesidad de desarrollar todos los detalles de manera rigurosa, usando el método deductivo de la matemática, pues se corre el riesgo que el curso de estadística, que posiblemente es la única oportunidad de encuentro formal de un estudiante con esta disciplina en toda su carrera, se convierta en otro curso más de matemática. En esta dirección se plantea que el método de conocimiento del estudiante en su vida cotidiana, no está basado en la lógica formal, pues no ha tenido oportunidad de ponerla en práctica en un ambiente distinto al escolar. Se plantea como una alternativa al ideal de conocimiento perfecto, mejorar el sistema explicativo que el estudiante ya tiene, vinculando conceptos y relaciones para hacer frente a la variabilidad y a la incertidumbre, de una manera más eficiente, aunque sea imperfecta. Para ello, se propone apartarse del esquema del desarrollo matemático del curso, reevaluar el desarrollo lineal por temas y en su lugar introducir un enfoque holístico y en espiral, de tal manera que la misma problemática se vaya resolviendo cada vez con mayor complejidad, así los temas ortodoxos aparecerán en el camino de manera natural. Se hace énfasis en la necesidad de incluir a lo largo del curso el proceso de generación de los datos, íntimamente relacionado con el diseño del estudio y que uno hilo conductor sea la búsqueda del conocimiento en ambiente de variabilidad e incertidumbre.

**Palabras clave:** Aprendizaje a largo plazo, sistema cognitivo, lógica formal, desarrollo holístico y en espiral.

## 1. Introducción

El contexto en el cual se hacen las reflexiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje, corresponde a la Educación Superior, específicamente en los cursos de estadística llamados de “servicio”, que generalmente es uno o dos cursos, que se incluyen en los programas académicos de formación de profesionales no estadísticos (ingeniería, geografía, ciencias sociales, salud, psicología, administración, etc.). Normalmente tienen una intensidad de 3 o 4 horas por semana, durante 18 semanas. Algunas de estas reflexiones podrían ser válidas para los cursos de estadística de la educación básica o media.

Generalmente los programas de los cursos de estadística, son elaborados por las unidades académicas que ofrecen los cursos, con base en unos objetivos definidos por los programas académicos (las carreras). Unas primeras preguntas que surgen son: ¿Los Objetivos que se formulan son coherentes con el interés en la búsqueda de conocimiento en ambiente de variabilidad e incertidumbre en el contexto del programa particular? ¿Están orientados a desarrollar habilidades para aplicar técnicas y métodos estadísticos? ¿Están pensados para el largo plazo? Dado el programa de un curso de estadística, ¿Todos los docentes lo desarrollarían de la misma manera? ¿Depende de la profesión del profesor? (Matemático, estadístico, ingeniero, etc.). Para un curso en particular, que ya tiene elaborado su programa, ¿El énfasis en los contenidos propuestos, podría variar dependiendo del profesor y el contexto?

No es muy arriesgado afirmar que dos profesores que reciben el mismo programa de un mismo curso de estadística, para ofrecerlo a dos grupos, podrían hacer cursos esencial y estructuralmente diferentes. Por ejemplo, si uno de los profesores es matemático, posiblemente ponga más énfasis en el capítulo de probabilidad y particularmente en la combinatoria, dedique menos tiempo a la parte de análisis exploratorio de datos (estadística descriptiva) y en sus clase predomine el enfoque deductivo de la matemática, en lugar que el enfoque inductivo de la estadística, todo esto comparado con un profesor ingeniero o estadístico. No obstante que el interés principal, al incluir el (los) curso(s) de estadística en el currículo de la carrera, está relacionado con la validez de los procesos de búsqueda de conocimiento en investigaciones empíricas, si el profesor no tiene experiencia en dichos procesos de investigación, tampoco podrá enseñarlos y muy seguramente su curso tiende a convertirse en otro cursos de matemática.

Esta situación es muy probable que ocurra, sobretodo si el profesor sigue textualmente el desarrollo de su libro guía, que con alta probabilidad, estará enfocado a la aplicación de reglas, a calcular cosas, casi siempre basado en datos que no son obtenidos con la participación de los estudiantes. ¿Los objetivos planteados y los libros guía están pensados para el aprendizaje a largo plazo?

Existe abundante literatura, que apoya la hipótesis de que los cursos de estadística, en buena medida, se ocupan de aplicación de reglas, en problemas demasiado simples y artificiales, con cargas exageradas de matemática, y que no aportan nuevos elementos al sistema explicativo del estudiante al momento de enfrentarse en su vida profesional a un problema real.

En estos casos, el curso no solo aporta poco, sino que genera ansiedad y termina desarrollando una actitud negativa del estudiante hacia la estadística.

Garfield (1991) afirma: "Una revisión de la literatura profesional de los pasados treinta años, revela una consistente insatisfacción con la manera como los cursos introductorios son enseñados", en otra parte dice: "... Es bien conocido el hecho que muchos estudiantes tienen actitud negativa y ansiedad al tomar el curso de estadística...", y luego: "Los estudiantes que han tomado un curso introductorio de estadística lo han calificado de aburridor y monótono...los instructores también han expresado que al finalizar el curso muchos estudiantes no están en capacidad de resolver problemas de estadística". Dallal (1990): "El campo de la estadística está

repleto de estudiantes frustrados con sus cursos de estadística". Barlow (1990): "Muchos estudiantes de ciencias, adquieren una clara actitud negativa hacia la asignatura de estadística. Cuando yo era estudiante también la experimenté." Hogg (1991): "Los estudiantes frecuentemente ven la estadística como el peor curso de su carrera. Muchos de nosotros, somos pésimos profesores y nuestros esfuerzos por mejorar son muy tímidos." Ruberg (1992): "Parece que muchos estudiantes tienen un profundo temor a la estadística. Ellos dicen: "Estadística fue mi peor asignatura" . Quiero que ellos tengan un entendimiento más profundo de los métodos estadísticos, en lugar de la confusión general sobre cual fórmula es la más apropiada para un conjunto particular de datos". Garfield and Ahlgren (1988), dicen que: "Los estudiantes parecen tener dificultades en desarrollar las ideas intuitivas correctas sobre las ideas fundamentales de probabilidad" y ofrecían las siguientes razones: "..Esta clase de comentarios, no es comúnmente escuchados sobre otras asignaturas y otros grupos de estudiantes. La naturaleza de las críticas y su volumen con respecto a las de estadística son inusuales. Uno de nosotros ha sido profesor de demografía y de economía durante tres décadas sin escuchar ese tipo de comentarios". Simon (1990), dice: "Creo que la estadística, tiene muy especiales y grandes dificultades y que el centro del problema es que no hay manera de inducir al estudiante a disfrutar del cuerpo convencional de la inferencia estadística, porque no hay forma de hacer que las ideas queden intuitivamente claras y perfectamente entendidas. Más importante que si ellos disfrutaban el material, es si ellos adquirirán un conjunto de técnicas que ellos puedan usar de manera efectiva. El problema de la estadística está en el producto y no en el empaque o en la etiqueta. Tarde o temprano la enseñanza convencional de la estadística se encuentra con el cuerpo de la complejidad del álgebra y de las tablas."

Podrían sonar muy exageradas estas apreciaciones, sin embargo, los profesores que llevamos varias décadas en el oficio, sabemos que con diferencia en los matices, son ciertas estas afirmaciones.

Caben ahora nuevas preguntas: ¿Dónde está el problema? ¿Son los objetivos que nos proponemos? ¿Es el estudiante que no viene preparado? O ¿Somos los profesores los que no venimos preparados? ¿Es el medio que no nos proporciona las condiciones? ¿Faltan recursos?

Sin la pretensión de dar respuesta a estos interrogantes y mucho menos de decirle a mis colegas lo que deben hacer, pues el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística es particularmente complejo, plantearé en lo que sigue algunas reflexiones que podrán servir de insumo para un examen individual sobre nuestra situación particular, pues no existe una estrategia pedagógica uniformemente óptima, en todas las circunstancias.

Abordaremos la temática de los objetivos de largo plazo y su relación con la forma particular de desarrollar nuestro curso y al final del artículo, se asumirá el riesgo de plantear unos objetivos. Se harán reflexiones sobre la conveniencia de intentar el conocimiento perfecto, usando la lógica deductiva de la matemática de manera rigurosa para generar los resultados, a lo largo del curso. Reflexiones sobre las estrategias metodológicas y sobre el papel y la intensidad de la formalidad de los contenidos de probabilidad, entre otros.

### **Reflexiones sobre el desarrollo de un curso introductorio de estadística.**

Pensando en los objetivos y la manera como pretendemos lograrlos, una primera reflexión podría ser:

### 1.1. ¿Cuáles podrían ser los objetivos a largo plazo? ¿Se relacionan estos con la estrategia que estoy aplicando hoy?

Nos piden redactar el epitafio que queremos coloquen sobre la tumba el día de nuestra muerte y una vez hecha la redacción de la inscripción, nos confrontan a valorar si las acciones nuestras hoy nos harían merecedores de ese epitafio. Este ejercicio es prácticamente una valoración crítica de nuestro propósitos y la coherencia con lo que hacemos para lograrlos.

Planteemos ahora la situación de encontrarnos con una persona que fue nuestro estudiante en el curso introductorio de estadística hace 5 años. Si pudiéramos, ¿Qué preguntas le haríamos, de tal manera que si él las respondiera razonablemente bien, usted se sintiera satisfecho y hasta feliz? ¿Cree usted que el cuestionario sería similar al que usted le hizo hace 5 años, o al que usted hace hoy a sus estudiantes? Muy seguramente no incluiríamos preguntas que exijan acordarse de fórmulas. Esto sería demasiado optimismo.

Después de esta reflexión, podríamos responder ¿Hoy, que porcentaje del tiempo dedico en mis clases a las actividades que harían que en 5 años, los estudiantes respondiera con éxito mi “cuestionario de largo plazo”?

Petrosino (2000), ha reflexionado sobre este tema en el libro “¿Cuánto duran los aprendizajes adquiridos? El dudoso ideal del conocimiento impecable”. En lo que sigue muchos de sus planteamientos serán adaptados al proceso de enseñanza y aprendizaje de la Estadística.

### 1.2. Un mal modelo de aprendizaje es mucho mejor que ningún modelo.

Casi todos los profesores tenemos un modelo de aprendizaje en nuestras mentes, así no sea explícito. Esto es lo que nos permite la retroalimentación con base en nuestras experiencias y por supuesto nos permite mejorar también el modelo, sino fuera así, estaríamos en un proceso sin fin de ensayo y error, como lo dice Hey (1983): “Por muchos años he sido profesor de los cursos introductorios de estadística y econometría para estudiantes de economía. Como muchos profesores y estudiantes, soy consciente, que esta puede ser una dolorosa experiencia para todos. Muchos estarán familiarizados con la búsqueda, aparentemente sin fin, de maneras de reducir el dolor, rediseñando los cursos, usando diferentes textos o escribiendo nuevos, pero los cambios, a menudo son puramente cosméticos, con el problema fundamental invariante.”



Figura 1. El estudiante no viene vacío

Algunas reflexiones sobre consideraciones para la definición de nuestro modelo de aprendizaje se hacen a continuación.

El estudiante no viene vacío de conocimientos sobre como actuar frente al azar y la incertidumbre, así no haya tenido formación formal en estadística. El estudiante se ha enfrentado a la variabilidad y la incertidumbre muchas veces en su vida y tiene sus propios esquemas para tomar decisiones y aunque no todos son coherentes con la racionalidad científica, a él le han funcionado. Justamente estos conocimientos previos son la materia prima para intentar construir los nuevos conceptos que le permitirán mejorar su sistema explicativo. Ausubel (1986) lo resume muy bien en su conocida afirmación: “Si tuviera que reducir toda la Psicología educativa a un solo principio enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averíguese esto y enséñese consecuentemente”.

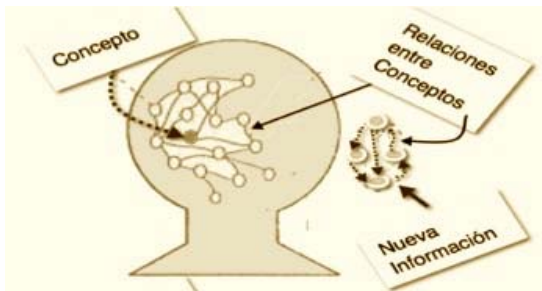


Figura 2. Integración de un nuevo conocimiento

En ese sentido las analogías juegan un rol muy importante, pues con ellas, se construyen los vínculos inexistentes, toda vez que en ellas, se asegura de partir de un objeto conocido.

Veamos algunos ejemplos de figuras que juegan el papel de analogías.

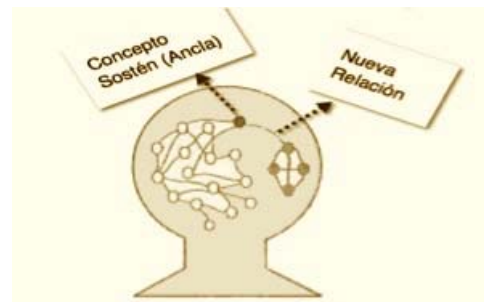


Figura 3. Conexión de conceptos y relaciones

### Riesgos de Ignorar la variabilidad

¿Debo saber nadar para atravesar el río?

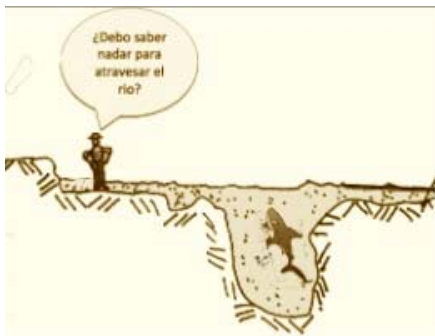


Figura 4. Riesgo de ignorar la variabilidad.

No ¡ Solo tiene una profundidad promedio de 80 cms. Ignorar la variabilidad puede resultar muy peligroso.

Otro ejemplo. Uniformes talla única para el equipo de fútbol. El entrenador que faltó mucho a sus clases de estadística, tiene la idea de hacer todos los uniformes con la talla promedio del equipo. ¿Qué ocurrirá?



Figura 5. Talla única. Ignorando la variabilidad.

## Tamaño de muestra vs tamaño de la población

¿El tamaño requerido de muestra es proporcional al tamaño de la población?



Figura 6. Tamaño de muestra vs tamaño de la población.

Se escuchan algunos rumores populares sobre la representatividad de la muestra que dicen que debe ser el 10% de la población. Podríamos enseñar al estudiante la fórmula del tamaño de muestra y hacer los análisis matemáticos correspondientes, sin embargo, mostrar que la muestra que toma para catar la sal de la sopa, no depende del tamaño de la olla y más aún que no requiere probar el 10% de la sopa, es una demostración más contundente para el estudiante.

Estas analogías y 22 más, se encuentran en el artículo de Behar R; Grima P., Marco LL. (2013).

### 1.3. Principio de inversión.

Ausubel lo define como: “Nuestras ideas más antiguas poseen ventajas injustas sobre aquellas que llegan más tarde. Cuanto más temprano incorporemos una idea, más destrezas podemos adquirir para utilizarla. Cada idea nueva debe entonces competir, aunque esté menos preparada, contra la masa más amplia de destrezas que han acumulado las ideas más antiguas.”

Este principio es una forma de expresar la llamada “resistencia al aprendizaje”, pues para poder sustituir algunas de las ideas presentes en mi sistema explicativo, por otras que prometen ser mejores, debo experimentarlas primero para estar muy convencido.

Un sabio adagio popular reza: “ Es mejor malo conocido que bueno por conocer”. Desafortunadamente, en no pocos casos, esas oportunidades de usarlas en la práctica no se dan.

Las implicaciones de este principio de inversión, es la creación por parte del estudiante de un sistema dual de esquemas para responder interrogantes. Si el interrogante proviene del sistema escolar, el estudiante intentará complacer a su profesor, pero si la misma problemática se le presenta en el mundo real, el usará su propio sistema explicativo, en el cual confía.



Figura 7. Sistemas explicativos paralelos en convivencia

#### **1.4. Explicar bien clarito (demostraciones impecables) no es suficiente.**

Los profesores con formación matemática, tenemos la necesidad de explicarlo todo. Esto es una característica de la formación de los matemáticos. Además creemos que la mejor manera de convencer a alguien es una buena y clara demostración. “La matemática no falla”.

Sin embargo, la lógica matemática, base del llamado “Método Científico” que tantas aportes ha hecho al estado del arte en muchos campos de la ciencia, no es la lógica con la cual funciona el estudiante. Los principios de la lógica formal, no forman parte del “sentido común”, artífice de las decisiones que toma en la vida diaria. No obstante que desde el kínder, está conociendo la matemática y su lógica, el nunca se siente fuerte haciendo rigurosas demostraciones. Las pocas veces que lo intenta fracasa.

Minsky M. (1986) en su libro “La sociedad de la mente”, hace la comparación entre la lógica formal y el sentido común. En las cadenas de la lógica matemática, cada eslabón solo tiene dos posibilidades: es verdadero o falso; no existen términos medios. Esto hace frágil la cadena, pues con solo un eslabón que falle, falla toda la cadena. Esto no ocurre con el sentido común, en el cual algunas proposiciones el estudiante las considera absolutamente ciertas, pero incluye en sus construcciones proposiciones y relaciones que son muy probablemente ciertas y otras que son solo probables. Arma sus cadenas reforzando unas con otras, en forma simultánea, no secuencial.

El estudiante siente que la lógica formal le funciona bien al profesor, porque el es experto y está entrenado para ello. Aún creyendo que a la larga, si el tuviera entrenamiento, la lógica formal podría ser un mejor instrumento para sus reflexiones y toma de decisiones, todos sus problemas están en el corto plazo y nunca tiene la oportunidad de ponerla en práctica.

Petrosino J. (2000), ilustra esta situación con un ejemplo contundente. La digitación en la máquina de escribir o en el teclado del computador. Todos estamos de acuerdo que escribir con la técnica adecuada, usando todos los dedos, sin mirar el teclado, es la mejor forma de hacerlo. Sin embargo, muchos de nosotros somos “chuzógrafos”, escribimos con dos o tres dedos, mirando el teclado. ¿Por qué, si estamos de acuerdo que es mejor escribir con todos los dedos?

Sencillamente porque en el transitorio, mientras adquirimos habilidad, “chuzografiando” somos más eficientes y veloces que escribiendo con todos los dedos. Como en el día a día, andamos cortos de tiempo, todos nuestros escritos los hacemos con la estrategia que más nos favorece: los dos dedos y nos negamos la oportunidad de practicar para ser más eficientes en el largo plazo.

#### **1.5. El curso introductorio de estadística no debe ser un curso más de matemáticas.**

Aunque la matemática ha hecho posible la construcción de todos los teoremas relacionados con la Estadística, sin los cuales su aplicación sería muy limitada, la Estadística no es matemática en su aplicación, pues el paradigma de la matemática es el método deductivo, mientras que la Estadística pretende la búsqueda del conocimiento en la investigación empírica, usando el método inductivo. De la misma manera como no se puede formar un médico cirujano con solo cursos de fisiología, tampoco se puede formar en la aplicación de la metodología estadística, con solo teoremas y sin las experiencias que da la interacción con el mundo real.

El conocimiento impecable, que se pretende lograr desarrollando y demostrando los principios de la probabilidad y la estadística, por las razones expuestas, logrará poco en el largo plazo y el mensaje que se transmite sobre la utilidad de la misma en el contexto del programa

académico del estudiante, se traduce en una actitud negativa del estudiante hacia la estadística, como fue expresado en la introducción, por muchos profesores de estadística.

Freedman et Al. (1991) lo expresa diciendo “..Cuando comenzamos, tratamos de enseñar la notación convencional... Pero pronto se vio claro, que el álgebra, se apoderaba del curso. Para estudiantes con limitada habilidad técnica, el manejo de la notación demandaba tanto esfuerzo, que no dejaba espacio para las ideas. Para plantear el punto con una analogía, es como si los estudiantes de pregrado requirieran tomar un curso de Historia de la China y el departamento de historia insistiera en que se tomara en idioma Chino”. Efron y Tibshirani (1993). Dicen: "El camino tradicional al conocimiento estadístico ha sido bloqueado con una pared de matemáticas". Kempthorne (1980), escribe: "Ha habido una gran falla en la enseñanza de la estadística, originada por una falla en la enseñanza a los profesores de estadística. Parte de los males que hoy ocurren, creo, se deben a que es fácil pensar en calcular áreas y volúmenes, en lugar de enseñar cosas relacionadas con la estadística. Uno toma la ruta fácil de enseñar una especie de matemáticas. Uno puede tener la justificación parcial de que esa especie de

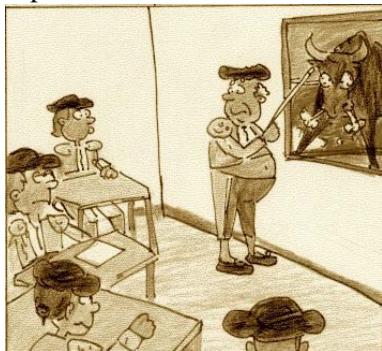


Figura 8. En el toreo y en la Estadística el hacer es clave

matemáticas es una parte del área completa. Lo que debiera ocurrir es que las ideas y metas estadísticas deberían determinar las matemáticas de la estadística que deben ser enseñadas y no la revés”.

La Estadística, es una disciplina de hacer, de interactuar con el medio, a diferencia de la matemática. No se puede formar un torero solo con diapositivas. El toreo al igual que la Estadística requiere ejercitarse. El torero que adquiere su alternativa ( se gradúa) con una formación de aula de clase, ¿Qué se espera que le ocurra en su primera incursión con un toro de verdad?

### 1.6. No se pretende formar un estadístico chiquito.

Cuando desarrollamos el curso, esencialmente usando el método deductivo de la matemática, o cuando pretendemos en uno dos cursos, agotar todos los métodos estadísticos, invirtiendo el tiempo más en los algoritmos para hacer cálculos y resolver problemas estilo libro, en lugar de reforzar las ideas fuerza de la estadística y el pensamiento estadístico, pareciera que tenemos la intención de formar un estadístico a pequeña escala. No es posible formar un médico, o un estadístico en 50 o 100 horas. Debemos ser conscientes que ninguno de estos profesionales, quedarán en capacidad de resolver un problema complejo de investigación empírica, en el ejercicio de sus profesiones. Tendrán que recurrir a un estadístico. Lo que se esperaría, es que este profesional tenga conciencia de la necesidad de apoyarse en un experto estadístico, desde la etapa del diseño de del estudio. Convendría que tenga el lenguaje para comunicarse con quien le apoya en su proyecto.

### 1.7. Primero el problema y el contexto y luego lo instrumental.

La Estadística está para resolver interrogantes sobre un problema que consiste en hallar conocimiento válido sobre un fenómeno. Esto es lo natural. Por esta razón suena artificial desarrollar el curso con base en los temas y herramientas estadísticas, para luego ilustrarlos con ejemplos simples. Primero tener claro que es lo que se quiere saber y luego la estrategia metodológica para resolverlo. Conviene apartarse del desarrollo clásico de los libros de estadística, que consiste en ir explicando indicadores, uno por uno y luego poner ejemplos para



calcularlos. Esto es como si quisiéramos formar un mecánico automotriz y la primera semana le enseñamos el martillo y las herramientas de percusión, la segunda semana, los alicates, pinzas y similares, y así sucesivamente. Cuando se gradúe este mecánico, tendrá pocas oportunidades de usar sus conocimientos, pues la realidad es que los clientes no vienen buscando quien maneje las herramientas, sino quien les resuelva un problema y para ello lo primero es un buen diagnóstico, luego vendrán las herramientas.

La parcelación del conocimiento en indicadores y técnicas no conviene. En su lugar, desde el principio hasta el fin del curso abordar ciertas situaciones problema. Desarrollar el curso por partes como si fueran unidades independientes, no habilita al estudiante para enfrentar problemas reales.

### 1.8. Desarrollo del curso, holístico y en espiral

Como una lente que va ganando enfoque. Si intentamos ver un tigre, al principio lo veremos borroso, un poco difuso, distinguimos algunos rasgos muy generales. En esta primera etapa, le apostamos mucho a la intuición, tenemos pocos conceptos apropiados. A medida que avanzamos en el curso, subimos en la espiral y la lente mejora y ahora vemos el mismo tigre, pero le descubrimos más rasgos, hasta llegar a verlo con mucha nitidez. Obsérvese que el tigre se ha visto completo desde el principio, no lo hemos fraccionado, tenemos en todo momento una percepción integral, el problema completo. En primera instancia, responderemos las preguntas con herramientas muy artesanales, pero las mismas preguntas serán respondidas cada vez de manera más compleja.

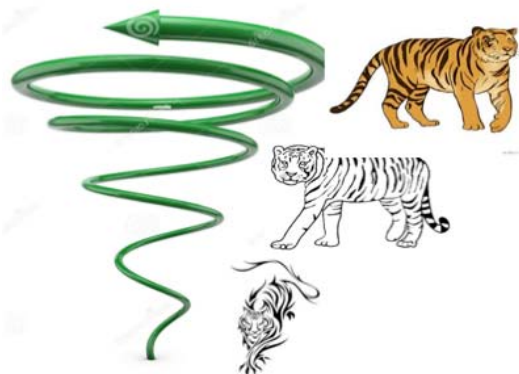


Figura 9. Desarrollo holístico y en espiral

### 1.9. La probabilidad sin formalidad y a lo largo del curso.

La probabilidad se desarrolla en muchas ocasiones, como si fuera un capítulo independiente, con desarrollo formal de las demostraciones de algunas propiedades, a partir de los axiomas de probabilidad. Generalmente no aparece con un vínculo fuerte con los datos o la estadística descriptiva o el análisis exploratorio de datos. Algunos colegas, le dedican mucho tiempo a los métodos de conteo, asociados con espacios muestrales equiprobables. Tomando en consideración que se trata de un curso introductorio con una duración limitada, 50 o 100 horas, la pregunta que surge es: ¿Damos prioridad al desarrollo formal de la probabilidad frente a otras opciones de inversión del limitado tiempo?. En mi experiencia, siento que puede ser más productivo un desarrollo informal de la probabilidad, asociada con la idea de “propensión”, basada en la frecuencia relativa. Cuando se discute sobre tablas de contingencia o de doble entrada, se desarrollan los conceptos de frecuencia condicional y su homólogo poblacional, la probabilidad condicional, con la ley de los grandes números como pilar de la conexión entre la muestra y la población, entre la frecuencia relativa y la probabilidad. El histograma, se define con el área representando la frecuencia relativa, es decir, el eje Y, representando la densidad empírica de frecuencia y aquí se hace la conexión intuitiva con la densidad de probabilidad, de nuevo pasando de la muestra a la población. Se desarrolla la distribución normal, como un

ejemplo que ilustra la aplicación de una función de densidad poblacional, como se explica en Behar R., Grima P. (2013), en el artículo “El histograma como un instrumento para la comprensión de las funciones de densidad de probabilidad”, presentado en las Primeras Jornadas Virtuales de la Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la combinatoria.

### 1.10. ¿Dónde entregan los datos?

No obstante que la palabra “Dato” viene del latín “Datum” (lo que se da), en la realidad es lo menos dado, sin embargo, casi todos los libros de texto, tienen los datos disponibles para todos los problemas, porque su objetivo es el análisis de los mismos. Se da el mensaje al



Figura 10. ¿Dónde se compran los Datos?

estudiante que los datos siempre se los entregarán y en realidad esto difícilmente ocurrirá en la práctica y si ocurriera, sería muy conveniente que el estudiante tuviera una mirada crítica sobre ellos, a manera de filtro sobre su calidad, por una parte, y por otra porque está muy claro que la manera como los datos son generados y los métodos de análisis están íntimamente ligados. Sin conocer el origen de los datos, se asume un alto riesgo al

realizar su análisis. En la mayoría de los libros de texto, se le da muy poca importancia a la generación de los datos. En el mejor de los casos, por ejemplo el libro de Moore (2005), dedica un capítulo entero a modelos de muestreo y diseño de experimentos, pero allí queda confinado, en el resto del libro se sigue el esquema ortodoxo de dar importancia a las técnicas de análisis estadístico a partir de los datos.

Paradójicamente, la etapa de generación de los datos debería ser, a mi juicio, la más importante cuando se piensa en el aprendizaje a largo plazo, pues si la idea que queda del curso de estadística es que se pide ayuda al estadístico cuando ya se tienen los datos, muy probablemente cuando el futuro profesional recurra por ayuda, será muy poco lo que pueda hacerse, si los datos fueron generados con un mal diseño del estudio o con procesos de medición cuestionables. Los primeros auxilios a los que nos referimos, tienen que ver con generar conciencia de la importancia de obtener datos de buena calidad, entendida esta, no solo por la medición, sino por la coherencia con los objetivos del estudio, la posibilidad de generalizar al universo previamente establecido, porque provienen de un diseño del estudio que revisó la literatura del contexto, para controlar potenciales factores de confusión para garantizar la comparabilidad, porque desde el diseño del estudio, se planearon las posibles estrategias de análisis, y se tomaron en consideración los alcances del estudio. Está muy claro, que esta parte invisible para los libros de texto, es la parte más importante de toda la investigación y la más descuidada en la enseñanza de la estadística. Además podría ser la que tenga mayor probabilidad de ser apropiada por el estudiante en el largo plazo y posiblemente también la que tenga mayor vínculos con su sistema explicativo.

Si aceptamos que no es muy buena idea dedicar un único curso de estadística a lograr habilidades en el manejo de técnicas aisladas y que en cambio, el eje que oriente el curso debe ser la búsqueda del conocimiento, entonces la fase de generación de los datos, debe ser la protagonista y de ella deberán surgir todas las necesidades de herramientas y técnicas estadísticas. El libro de oro de la enseñanza debería contener las ideas centrales para garantizar la validez del conocimiento generado en la investigación. El tiempo dedicado a los métodos tiene muy poco beneficio marginal en el largo plazo, aunque si tienen mucho valor las ideas que fundamentan los métodos. Las ideas esenciales de la estimación y las ideas centrales de los

contrastes de hipótesis, por ejemplo, pues en el limitado tiempo disponible, los métodos elementales que alcancemos a enseñarles, no le permitirán resolver ningún problema serio.

Este proceso de generación de los datos, debe estar presente desde el principio hasta el fin del curso, no es suficiente que quede confinado en un capítulo aislado.

Una buena guía para apoyar la materialización de estos propósitos, en lo que se refiere a las distintas dimensiones de la validez en la búsqueda del conocimiento, la presenta Trochim, W. (2006), en su página Web Research Methods Knowledge Base.

Un excelente libro con casos reales de aplicación de la estadística en diferentes campos del conocimiento, cada uno de los cuales se ocupa de manera pedagógica de cuidar con celo la validez de todo el proceso estadístico es “Estadística una guía de lo desconocido” de Tannur y Otros (1992).

### **1.11. Es difícil enseñar lo que uno no sabe o no ha hecho.**

Un limitante serio, para llevar a la práctica algunas de las reflexiones con las que estemos de acuerdo, es que la solución no es solo un problema de cambio de actitud del profesor, ni un problema de información que se pueda resolver leyendo más libros. Si el profesor de estadística, nunca se ha enfrentado con una situación problemática real, en la cual deba intentar acomodar sus ideas académicas perfectas, a un mundo imperfecto, en el cual deba tomar decisiones que no están en los libros, para resolver verdaderos problemas en los cuales, la variabilidad y la incertidumbre están presentes, entonces el profesor estará dando clase de toreo con diapositivas. No se trata de buena voluntad. Por esta razón, si a los profesores les parece sensato cambiar su paradigma, será necesaria una reconversión que debe pasar por torear unas vaquillas, posiblemente preparase para dos o tres revolcadas en el polvo y si somos muy optimistas, enfrentarse a un toro de verdad, una vez se tenga confianza. Capacitar a los profesores con diapositivas, para la reconversión, para que no enseñen toreo con diapositivas, es una contradicción en su esencia.

Romper la inercia y generar duda sobre la manera como estamos guiando el proceso de enseñanza-aprendizaje, es ya un gran paso, pues si esto no ocurre, nos quedaremos en el cómodo mundo de encontrar valores esperados y varianzas, calculando áreas bajo curvas, en la seguridad del burladero de la plaza. No es fácil romper paradigmas, sobre todo cuando pueden tener alto costo y alterar nuestro estado de confort.

En estas afirmaciones, que pueden parecer duras, no estamos considerando las restricciones del medio y el contexto particular de cada profesor, que pueden hacer más difícil el proceso de reconversión, o inclusive pueden hacerlo no factible, pues sabemos de sobra, que el profesor y el estudiante no son los únicos componentes del sistema de enseñanza-aprendizaje.

## **2. Objetivos para un curso introductorio de Estadística**

A continuación nos arriesgaremos a plantear algunos objetivos para un curso ( o dos) introductorio(s), en el entendido que su logro no es lineal. Todos están integrados. Estos objetivos están enfatizados en todo el escrito, sin embargo conviene dejarlos explícitos, como una propuesta.

## 2.1 Generar actitud positiva hacia la Estadística.

Este puede mirarse como una meta al final del proceso, pero es claro que si en el desarrollo el estudiante no encuentra sentido al objeto de su aprendizaje, no siente que este conocimiento le aporte a la formación que el ha escogido como profesión, iremos por el camino equivocado, estaremos construyendo en la dirección de la motivación extrínseca, que se traduce en que el estudiante invertirá sus esfuerzos en aprobar el curso, descubrir que es lo que le gusta a su profesor que él responda y de paso propiciaremos la existencia de los dos sistemas paralelos en perfecta coexistencia: uno para responder en el ambiente escolar y el otro que trae el estudiante en su sistema explicativo para responder en las situaciones del mundo real. Estaremos propiciando un aprendizaje de corto plazo, con información con poco arraigo e integración en su propio sistema explicativo, colocándolo en el mismo sitio en su cerebro, donde guarda los números de los teléfonos celulares de sus seres más próximos. Por esta razón afirmamos que este es un objetivo de higiene, si se tiene no se garantiza el aprendizaje, pero si no se tiene, si es garantía de aprendizaje superficial y de poco valor en la modificación de su sistema de toma de decisiones. Es condición necesaria pero no suficiente.

Las lecturas del material de entrevistas reportado en libros como *The Experience of Learning*, de Marton, Hounsell y Entwistle (1984), dejan claro aspectos como la regularidad con la cual los estudiantes que son obligados a usar un enfoque superficial de aprendizaje de una tarea o de un curso completo describen su sentimiento de resentimiento, depresión y ansiedad. En contraste el enfoque profundo es generalmente asociado con un sentimiento de compromiso, reto y provecho, conjuntamente con un sentimiento de plenitud personal y placer.

Una manera de propiciar una actitud negativa hacia el curso de Estadística puede ser orientarlo hacia el logro de metas de poco valor, reflejadas en evaluaciones que no exigen mucho análisis, en situaciones descontextualizadas, en las cuales la memoria es la clave del éxito. Salcedo A. (2013), reportó los resultados de una investigación orientada a conocer el nivel de las preguntas que hacen los profesores, en los cursos de Estadística Descriptiva, en su Universidad. Tuvo acceso a 58 exámenes en los cuales se acopiaron un total de 646 preguntas que fueron clasificadas con la taxonomía SOLO, que establece cuatro niveles posibles para clasificar una pregunta de acuerdo con su complejidad: 1) Nivel uniestructural, corresponde a preguntas que contienen los datos informativos explícitos para dar respuesta a la misma. 2) Nivel multi-estructural, requiere de dos o más informaciones, que están explícitas en el enunciado y para relacionarlas se usa un procedimiento conocido, necesario para generar la respuesta. (Aplicación de reglas). 3) Nivel relacional, requiere del análisis de información, establecer relaciones entre los elementos del problema para deducir implicaciones o consecuencias, a partir del contexto del problema. 4) Nivel de abstracción extendida. La pregunta exige la abstracción de un principio general que puede ser inferido del texto del enunciado, para posteriormente aplicarlo a una situación distinta. (Transferencia de conocimiento). Es posible que implique la generación de un juicio.

En la investigación Salcedo encontró que de las 646 preguntas, el 77% de ellas se clasificaron en el nivel más bajo, casi un 22% en segundo nivel, acumulando en estos dos primeros niveles el 99%. Tan solo el 1% de las preguntas alcanzaron el nivel 3 y ninguna el nivel 4.

Esta es una evidencia de la pertinencia de reflexionar sobre los objetivos que se persiguen y sobre las estrategias usadas para lograrlo. Este tipo de evaluación estimula el aprendizaje superficial y puede generar mala actitud hacia el curso.

## **2.2 Tomar conciencia del riesgo de tomar decisiones ignorando la variabilidad.**

Ya se explicó, cuando nos referimos al “Principio de Inversión”, que toda idea nueva compite con desventaja con las ideas más antiguas. Solo cuando el estudiante se convence de que lo nuevo que se le ofrece es definitivamente superior a lo antiguo que posee, estará dispuesto a incluirlo, en el mejor de los casos sustituyéndolo. Generar escenarios en el curso, donde su enfoque determinístico, que ignora la variabilidad, no funciona bien en estas situaciones de incertidumbre y que si el tomara decisiones con su sistema explicativo podría ser muy peligroso, va en la dirección correcta. Ser consciente que en no pocas situaciones, la única manera de decidir es con base en los resultados de una muestra o en los generados en un diseño experimental y que cada que se repita arrojará datos distintos, obliga a tener una respuesta plausible en estos casos, a la pregunta: ¿Por qué creer en las conclusiones basadas en los datos de una muestra, si cada vez que repetamos el muestreo nos arroja datos distintos?. Responder correctamente esta pregunta es otro de los objetivos esenciales del curso.

## **2.3 Tomar conciencia de la importancia de ser cuidadoso con el proceso de generación de los datos y su relación con el proceso de análisis de los mismos.**

Se habló de la poca importancia que dan los libros de texto al proceso de generación de datos, no obstante que una falla en el diseño del estudio o en la medición puede entregarnos datos con los cuales no puedan cumplirse los objetivos del estudio. Si además los libros de texto envían la señal de que la Estadística empieza cuando ya se tienen los datos, está el terreno abonado para muchos fracasos en la investigación empírica. Hacer énfasis en el proceso completo a lo largo del curso y generar conciencia de la importancia de un buen diseño del estudio para obtener datos adecuados a nuestras necesidades y que es necesario el acompañamiento de un estadístico desde el principio, debe ser un objetivo prioritario del curso.

## **2.4 Tomar conciencia de que con base en una muestra aleatoria, es imposible obtener conclusiones inequívocas, sin embargo en medio de la variabilidad y la incertidumbre, pueden obtenerse conclusiones útiles y con una medida probabilística del error que podríamos estar cometiendo.**

Una razón del escepticismo generalizado de la población hacia los resultados estadísticos, es precisamente la conciencia de que si se repitiera el muestreo o el diseño experimental, resultarían distintos datos. ¿Cómo creer en las conclusiones estadísticas, si cada que se repita nuestro proceso, se obtienen datos distintos? En el curso se espera tener suficientes actividades, analogías y explicaciones, para que el estudiante quede convencido que a pesar de la incertidumbre mencionada en los resultados, tenemos control sobre su magnitud y tenemos los instrumentos para conocer su magnitud, suficiente para tomar decisiones.

## **2.5 Apropiarse de los conceptos estadísticos para el ejercicio crítico de la democracia y la ciudadanía.**

Está claro que en la actualidad, no es suficiente con garantizar que la población pueda leer y escribir con solvencia; es necesario erradicar el analfabetismo numérico y en particular el analfabetismo estadístico, que permitirá que los ciudadanos comprendan y participen críticamente en el ejercicio de rendición de cuentas de sus gobernantes y del alcance de las metas propuestas, así como las cifras de los candidatos en campaña. Que sepan interpretar frecuencias condicionales y hacer comparaciones contra un control de referencia que les permitan juzgar y elaborar posiciones críticas.

## **2.6 Mejorar su capacidad crítica frente a informaciones de la vida cotidiana y la que resulta de los procesos empíricos de generación de conocimiento.**

Todos los días y en todo lugar nos vemos bombardeados de información estadística, desde el gobierno hasta las empresas que pretenden vendernos bienes materiales, usando estadísticas con las cuales demuestran presuntamente que son mejores que la competencia. Nos presentan estadísticas sobre mejoras en el tiempo usando indicadores estadísticos. ¿Pueden obtenerse esos resultados por azar? Se requiere de un referente para hacer un juicio honesto. ¿Cómo fue obtenida la muestra? Está siendo aplicada a la población correcta según su origen?. Discutir a lo largo del curso sobre las distintas dimensiones de la validez, para fortalecer su capacidad crítica, es un objetivo valioso.

## **2.7 Apropiarse del lenguaje estadístico para hacer más efectiva su comunicación con los expertos y para comprender los resultados de las encuestas y de la investigación empírica.**

Todos los días, en particular en la televisión se presentan resultados de encuestas de opinión y en muchos países es obligatorio reportar las características de calidad de las estimaciones y los detalles del esquema de muestreo utilizado.

Es conveniente que el estudiante conozca el lenguaje asociado con el muestreo de encuestas: margen de error y nivel de confianza y su nexos con el tamaño de muestra. Se familiarice con el significado de intervalo de confianza y los términos y significados de los conceptos básicos del contraste de hipótesis.

## **2.8 Desarrollar habilidades para el Análisis Exploratorio de Datos, orientado a dar respuesta a preguntas de interés en una investigación y a generar preguntas nuevas.**

El estudiante con este aprendizaje, siente que la Estadística puede serle muy útil, refuerza su actitud positiva y siente que el puede resolver preguntas de interés en un contexto particular y formular hipótesis. Con esta herramienta se pueden descubrir resultados de la inferencia haciendo simulaciones y puede visualizarse el vínculo entre la forma de generar los datos y la manera de analizarlos.

## **2.9 Ideas esenciales sobre Contraste de Hipótesis. Riesgos de malas interpretaciones.**

Sin pretender que el estudiante adquiera manejo operativo formal de las técnicas estadísticas para el contraste de hipótesis, introducir el problema como una necesidad asociada con una situación práctica y la imposibilidad de poder decidir sin asumir riesgos. Plantear de manera intuitiva la existencia de uno de dos posibles errores al tomar una decisión. Presentar analogías en las cuales “no rechazar” una hipótesis, no es equivalente a “aceptarla”. Lo que dice y lo que no dice un “p-value”. Discutir lo quiere decir “diferencia significativa” contra “diferencia práctica”.

## **2.10 Conocer los distintos tipos de problemas que pueden resolverse con la Estadística y las alternativas existentes para su solución.**

Mostrar situaciones donde el interés es la comparación de distribuciones (sus medias) y explicar intuitivamente como las ideas de Análisis de la Varianza, son útiles en este contexto. Análogamente con problemáticas en las cuales el modelo de regresión es una buena opción de solución; las ideas de los pronósticos, etc. En realidad esto puede hacerse a través de las lecturas que se dejan de tarea y que se discuten al principio de cada clase.

### 3. Conclusiones

Las conclusiones se destacan claramente en el desarrollo del artículo. El estudiante no viene vacío, tiene su propio sistema explicativo para enfrentar situaciones de toma de decisiones. El curso debe estar orientado a generar una actitud positiva del estudiante hacia la Estadística. Esta es una condición de higiene. No atiborrar de fórmulas y métodos para resolver muchas variantes de situaciones particulares. Reforzar ideas fuerza de la Estadística, usando cuando sea pertinente las herramientas del Análisis Exploratorio. El eje orientador del curso, no deben ser los temas o herramientas estadísticas, deben ser los problemas de investigación empírica y sus preguntas. Resolver preguntas y generar hipótesis. Ideas esenciales de Estimación y contraste de hipótesis, apelando mucho a la intuición. Dar más importancia a la interpretación de un resultado, a sus alcances y limitaciones y menos a complicadas estrategias para obtenerlo. La clave es ser conscientes en no invertir demasiados recursos en lo que pronto será olvidado, pero tratarlo con la profundidad que se requiera para reforzar las ideas fuerza que se espera se queden con el por siempre. Las prácticas precediendo a la formalización y generando las necesidades de nuevas ideas y conceptos. No permitir que el curso se convierta en un nuevo curso de matemática. Son las preguntas que surgen en las prácticas las que orientarán el desarrollo de la teoría. Uso adecuado del software no solo para obtener resultados con los paquetes estadísticos, sino para aprender de las simulaciones. Finalmente podemos esperar que generando una buena actitud hacia la estadística, el estudiante, cuando sea profesional, actuará con responsabilidad para buscar un profesional de la estadística para que le apoye en la solución de los problemas complejos que se le presenten en su ejercicio profesional y en ese momento tendrá el lenguaje para comunicarse con este y para comprender los resultados.

### Referencias

- Ausubel, D., y otros. (1986). Psicología educativa. 3 ed. *Editorial Trillas*. México
- Barlow, Roger (1990): *Statistics*. Wiley. New York
- Behar, R., Grima, P. (2013). El histograma como un instrumento para la comprensión de las funciones de densidad de probabilidad. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 229-235). Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, 2013.
- Behar, R., Grima, P. and Marco LL. (2013). Twenty-Five Analogies for Explaining Statistical Concepts. *The American Statistician*. [Volume 67, Issue 1](#), 2013
- Dallal, Gerard E (1990). Statistical Computing Packages: Dare We Abandon Their Teaching to Others? *The American Statistician*, November 1990, Vol. 44, No. 4, p. 265-6
- Efron, Bradley and Tibshirani, Robert J. (1993). *An Introduction to the Bootstrap* Chapman and Hall. New York.
- Freedman, David, Robert Pisani, Roger Purves, and Ani Adhikari. (1991). *Instructor's Manual for Statistics*. Norton (second edition) New York.
- Garfield and Ahlgren (1988). Difficulties in Learning Basic Concepts in Probability and Statistics: Implications for Research. *Journal in research of mathematics Education*, 19, 44-63.
- Garfield, B. Joan (1991), Reforming the Introductory Statistics Course. *The American Educational Research Association Annual Meeting*, Chicago.

- Hey, John D.(1983). Data in Doubt: An Introduction to Bayesian Statistical Inference for Economists. *Martin Robertson*. Oxford.
- Hogg, R.V. (1991). Statistical Education: Improvements are Badly Needed. *The American Statistician*, vol. 45, Nov. 1991, 342-343.
- Kemphorne, Oscar (1980). The Teaching of Statistics: Content Versus Form. *The American Statistician*, February, vol. 34, no. 1, pp. 17-21.
- Marton F., Hounsell D.J. and Entwistle N.J. (1984). The Experience of Learning. *Scottish Academic Press*. Edinburgh.
- Marton Y Säljö. Approaches to Learning . In F. Marton et Al (Eds). (1984) The Experience of Learning. Edinburgh: *Scottish Academic Press*.
- Marton, F. , Hounsell D.J. And Entwistle N.J. (1984). The Experience of Learning. Edinburgh: *Scottish Academic Press*.
- Minsky M. (1986). La Sociedad de la mente. *Ediciones Galápagos*, Argentina.
- Moore, D. (2005). Estadística Aplicada Básica. 2ª Edición. *Antoni Bosh*. Barcelona, España.
- Petrosino, J. (2000). ¿Cuánto duran los aprendizajes adquiridos? El dudoso ideal del conocimiento impecable. *Ediciones Novedades Educativas*. Buenos Aires, Argentina.
- Ruberg, Stephen J. (1992) Biopharmaceutical Report, Vol 1, Summer.
- Salcedo, A. (2013). Las preguntas del examen de estadística descriptiva. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 391-396). Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, 2013.
- Simon J. (1990). Resampling: A Better Way To Teach (and Do) Statistics. *College of Business and Management, University of Maryland, College Park*.
- Tanur, J. y otros (1992). La estadística, una guía de lo desconocido. *Alianza, D.L.*, Madrid.
- Trochim, W. (2000). The Research Methods Knowledge Base, 2nd Edition. *Atomic Dog Publishing*, Cincinnati, OH.
- Trochim, W. M. (2006). The Research Methods Knowledge Base, 2nd Edition. Internet WWW page, at URL: <http://www.socialresearchmethods.net/kb/> (version current as of October 20, 2006).